

Perbandingan Harga Opsi *Call* Asia Dengan Rataan Geometri dan Opsi *Call* Eropa Dengan Menggunakan Model Cox-Ingersoll-Ross

Isti Kamila*, Ani Andriyati

Program Studi Matematika, Universitas Pakuan, Bogor, Indonesia

*Email Penulis Korespondensi: istikamila@unpak.ac.id

Abstrak. Opsi Asia adalah salah satu jenis opsi populer karena menggunakan nilai rata-rata harga aset yang mendasarinya sehingga mengurangi tingkat volatilitas harga aset tersebut. Penelitian ini bertujuan untuk membandingkan harga Opsi Call Asia dengan ratahan geometri dan harga Opsi Eropa dengan menggunakan model suku bunga Cox-Ingersoll-Ross. Langkah penelitian yang dilakukan adalah menentukan parameter model suku bunga Cox-Ingersoll-Ross kemudian membuat simulasi harga Opsi Call Asia dengan ratahan geometri dan harga Opsi Call Eropa. Setelah itu, langkah selanjutnya adalah membandingkan harga Opsi Call Asia dengan ratahan geometri dan harga Opsi Call Eropa dengan model suku bunga Cox-Ingersoll-Ross. Hasil simulasi harga opsi dengan model suku bunga Cox-Ingersoll-Ross pada Opsi Call Asia dengan ratahan geometri dan harga Opsi Call Eropa menunjukkan bahwa harga kedua jenis opsi konvergen pada suatu nilai dengan harga termurah adalah harga Opsi Call Asia dengan ratahan geometri yaitu \$356.41. Jika dilihat dari grafik harga opsi dengan harga strike yang berbeda, harga opsinya semakin kecil yang sesuai dengan karakteristik harga Opsi Call Asia dengan ratahan Geometri dan harga Opsi Call Eropa. Selain itu, dengan memperpanjang jangka waktu jatuh tempo, maka harga opsi dengan model suku bunga Cox-Ingersoll-Ross untuk Opsi Call Asia dengan ratahan geometri dan Opsi Call Eropa semakin besar juga sesuai dengan karakteristik harga Opsi Call Asia dengan ratahan Geometri dan harga Opsi Call Eropa.

Kata Kunci: Opsi Call Asia Rataan Geometri; Opsi Call Eropa; Model Cox-Ingersoll-Ross

Comparison of Asian Call Option Prices with Geometric Mean and European Call Options Using the Cox-Ingersoll-Ross Model

Abstract. Asian option is one of the popular types of options because it uses the average value of the price of the underlying asset thereby reducing the level of volatility of the asset's price. This study aims to compare Asian Call Option prices with geometric averages and European Option prices using the Cox-Ingersoll-Ross interest rate model. The research step is to determine the parameters of the Cox-Ingersoll-Ross interest rate model and then simulate the price of Asian Call Options with geometric averages and European Call Option prices. After that, the next step is to compare the price of the Asian Call Option with the geometric mean and the price of the European Call Option with the Cox-Ingersoll-Ross interest rate model. The results of simulated option prices with the Cox-Ingersoll-Ross interest rate model on Asian Call Options with geometric mean and European Call Option prices show that the prices of both types of options converge at a value with the cheapest price being the Asian Call Option price with a geometric mean of \$356.41. When viewed from the price chart of options with different strike prices, the option price is getting smaller which corresponds to the price characteristics of Asian Call Options with a geometric average and European Call Option prices. In addition, by extending the maturity period, the option price with the Cox-Ingersoll-Ross interest rate model for Asian Call Options with geometric averages and European Call Options is getting bigger also according to the price characteristics of Asian Call Options with geometric averages and European Call Option prices.

Keywords: Geometric Asian Option; European Call Option; Cox-Ingersoll-Ross Model

PENDAHULUAN

Opsi adalah produk derivatif yang efektif untuk melindungi risiko ketidakpastian harga aset di masa depan karena opsi dapat memberikan hak kepada pemegangnya untuk menjual atau membeli aset sesuai dengan harga strike yang tertulis pada kontrak opsi. Investor harus membayar biaya opsi untuk mendapatkan hak ini sehingga menimbulkan masalah cara penentuan harga opsi yang wajar [1]. Opsi terbagi menjadi beberapa jenis yaitu opsi standard an opsi eksotik. Opsi eksotik berbeda dengan opsi standar karena menawarkan produk untuk menyelesaikan setiap risiko pada masalah manajemen dengan berbagai cara [2]. Salah satu opsi eksotik yang paling aktif saat ini adalah opsi asia yang penentuan harganya lebih rumit dibandingkan dengan Opsi Eropa [3]. Opsi Asia adalah kontrak keuangan derivatif yang hasilnya tergantung pada rata-rata aritmatika dari aset yang mendasarinya selama periode waktu tertentu [4]. Opsi sangat diminati investor karena dapat melindungi nilai aset yang mendasarinya atau yang lebih dikenal dengan hedging [5]. Hal ini dikarenakan opsi dapat melindungi aset investor jika harga aset yang mendasarinya mengalami penurunan atau kenaikan harga secara tiba-tiba.

Hal yang menarik bagi para investor saat ini adalah memprediksi harga opsi asia yang wajar yaitu tidak menyebabkan penjual maupun pembeli opsi mengalami kerugian. Ada beberapa model dan metode dalam memprediksi harga opsi yaitu Model Binomial, model Black-Scholes, dan metode Monte Carlo, dan metode beda hingga [6].

Pada penelitian sebelumnya, prediksi harga opsi asia dengan menggunakan metode monte carlo dalam penentuan harga opsi asia yang menghasilkan harga opsi asia yang konvergen pada suatu nilai [7]. Selain itu, pada penelitian lain, penggunaan metode Monte Carlo dalam menentukan harga opsi asia menghasilkan harga opsi dengan standar error yang mendekati nol [8]. Namun kelemahan pada penelitian-penelitian sebelumnya masih menggunakan asumsi suku bunga konstan. Hal ini tidak sesuai dengan keadaan suku bunga yang berfluktuasi.

Pada penelitian ini akan membuat simulasi Monte Carlo untuk menentukan harga opsi asia dengan suku bunga takkonstan. Model suku bunga yang digunakan adalah Cox-Ingersoll-Ross (CIR) karena model ini menghasilkan suku bunga yang positif [9]. Pada penelitian sebelumnya menunjukkan bahwa suku bunga stokastik memiliki dampak signifikan pada nilai opsi, terutama pada nilai opsi jangka panjang [10].

METODE PENELITIAN

Simulasi harga Opsi *Call* Asia dengan rataian geometri dan harga Opsi *Call* Eropa diawali dengan menentukan parameter-parameter suku bunga model Cox-Ingersoll-Ross sebagai berikut berikut:

$$\hat{k} = \frac{n^2 - 2n + 1 + \sum_{i=1}^{n-1} r_{i+1} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{r_i} - \sum_{i=1}^{n-1} r_i \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{r_i} - (n-1) \sum_{i=1}^{n-1} \frac{r_{i+1}}{r_i}}{\left(n^2 - 2n + 1 - \sum_{i=1}^{n-1} r_i \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{r_i} \right) \Delta t}, \quad (1)$$

$$\hat{\theta} = \frac{(n-1) \sum_{i=1}^{n-1} r_{i+1} - \sum_{i=1}^{n-1} \frac{r_{i+1}}{r_i} \sum_{i=1}^{n-1} r_i}{\left(n^2 - 2n + 1 + \sum_{i=1}^{n-1} r_{i+1} \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{r_i} - \sum_{i=1}^{n-1} r_i \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{r_i} - (n-1) \sum_{i=1}^{n-1} \frac{r_{i+1}}{r_i} \right)}, \quad (2)$$

$$\hat{\sigma}_r = \sqrt{\frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^{n-1} \left(\frac{r_{i+1} - r_i}{\sqrt{r_i}} - \frac{\hat{\theta}}{\sqrt{r_i}} + \hat{k} \sqrt{r_i} \right)^2}. \quad (3)$$

Kemudian, melakukan simulasi dengan menggunakan Monte Carlo dengan membangkitkan bilangan acak normal baku yang kemudian digunakan untuk menentukan suku bunga model Cox-Ingersoll-Ross:

$$r_{t+1} = r_t + k(\theta - r_t)\Delta t + \sigma_r \sqrt{r_t} \Delta t \varepsilon_t. \quad (4)$$

Setelah itu, Monte Carlo digunakan kembali untuk membangkitkan bilangan acak normal baku yang kemudian digunakan untuk menentukan harga aset dengan menggunakan persamaan berikut

$$S(t_j) = S(t_{j-1}) \exp\left(\left(r_{t+1} - \frac{\sigma^2}{2}\right)\Delta t + \sigma\varepsilon\sqrt{\Delta t}\right) \quad (5)$$

A. Harga Opsi Eropa

Selanjutnya sampel *payoff* Opsi Call Eropa tiap simulasi dihitung sebagai berikut:

$$E_{call}^{(i)} = \max(S(t_j)^i - K, 0). \quad (6)$$

Payoff opsi Call Eropa diperoleh dari rata-rata sampel *payoff* Opsi Call Eropa dari hasil simulasi dengan menggunakan rumus berikut:

$$\widehat{\mu}_E = \frac{\sum_{i=1}^n E^{(i)}}{n}, \quad (7)$$

Sehingga harga Opsi Call Eropa merupakan nilai sekarang dari *payoff* tersebut yaitu:

$$\exp(-r_{t+1}T)\widehat{\mu}_E. \quad (8)$$

B. Harga Opsi Asia dengan rata-rata geometri

Hasil simulasi harga aset dengan berbagai bilangan acak tersebut merupakan harga aset pada tiap subinterval waktu. Kemudian ditentukan rata-rata harga aset pada tiap simulasi ke-*i* dengan menggunakan persamaan berikut:

$$\bar{S}_G^{(i)} = \frac{\sum_{j=1}^d \ln S_{t_j}^{(i)}}{d}; i = 1, 2, \dots, n. \quad (7)$$

Selanjutnya sampel *payoff* Opsi Call Asia dengan rata-rata geometri tiap simulasi dihitung dengan formula sebagai berikut:

$$G_{call}^{(i)} = \max(\bar{S}_G^{(i)} - K, 0). \quad (9)$$

Payoff Opsi Call Asia dengan rata-rata geometri diperoleh dari rata-rata sampel *payoff* Opsi Call Asia dengan rata-rata geometri dari hasil simulasi dengan menggunakan formula berikut:

$$\widehat{\mu}_G = \frac{\sum_{i=1}^n G^{(i)}}{n}. \quad (10)$$

Sehingga harga Opsi Call Asia dengan rata-rata geometri merupakan nilai sekarang dari *payoff* tersebut yaitu:

$$\exp(-r_{t+1}T)\widehat{\mu}_G. \quad (11)$$

HASIL DAN PEMBAHASAN

A. Simulasi Harga Opsi Call Asia dengan Rataan Geometri dan Harga Opsi Call Eropa dengan Model Suku Bunga Cox-Ingersoll-Ross

Berikut Tabel 1 dan 2 merupakan hasil simulasi Monte Carlo untuk menentukan harga Opsi Call Asia dengan rata-rata geometri dan harga Opsi Call Eropa. Nilai *error* dihitung berdasarkan persentase selisih harga opsi pada tiap simulasi terhadap harga opsi pada simulasi optimal dengan mempertimbangkan kapasitas *memory* komputer maksimum yaitu pada simulasi M = 300.000 [11]. Pada kedua tabel berikut juga dapat dilihat bahwa harga Opsi Call Asia dengan rata-rata geometri dan harga Opsi Call Eropa konvergen pada suatu nilai. Selanjutnya, bisa dilihat juga bahwa harga Opsi Call Asia dengan rata-rata geometri memberikan harga yang paling murah dibandingkan harga Opsi Call Eropa.

Simulasi ini dengan menginput beberapa parameter berikut:

$$S_0 = 100$$

$$\sigma = 0.25$$

$$T = 24$$

$$K = 120$$

Tabel 1. Hasil simulasi harga Opsi *Call* Eropa

M	Harga Opsi <i>Call</i> Eropa	Error
10	664.34200	0.045470642
100	664.41653	0.045363557
1000	665.55724	0.043724580
10000	665.55916	0.043721822
100000	695.94089	0.0000692252
300000	695.98907	0

Tabel 2. Hasil simulasi harga Opsi *Call* Asia rataan geometri

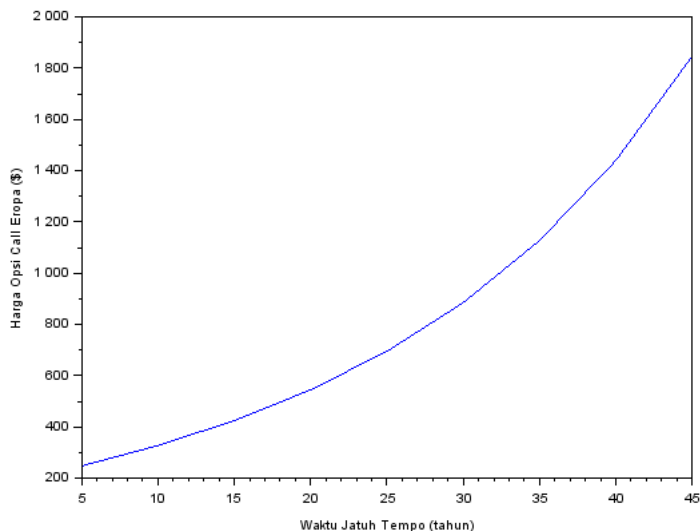
M	Harga Opsi <i>Call</i> Asia rataan geometri	Error
10	348.98129	0.020845768
100	348.79678	0.021363457
1000	348.17746	0.023101114
10000	349.11016	0.020484191
100000	356.40031	0.000029853
300000	356.41095	0

B. Simulasi Harga Opsi *Call* Asia dengan Rataan Geometri dan Harga Opsi *Call* Eropa dengan Model Suku Bunga Cox-Ingersoll-Ross Terhadap Perubahan Nilai Parameter Waktu Jatuh Tempo (*T*)

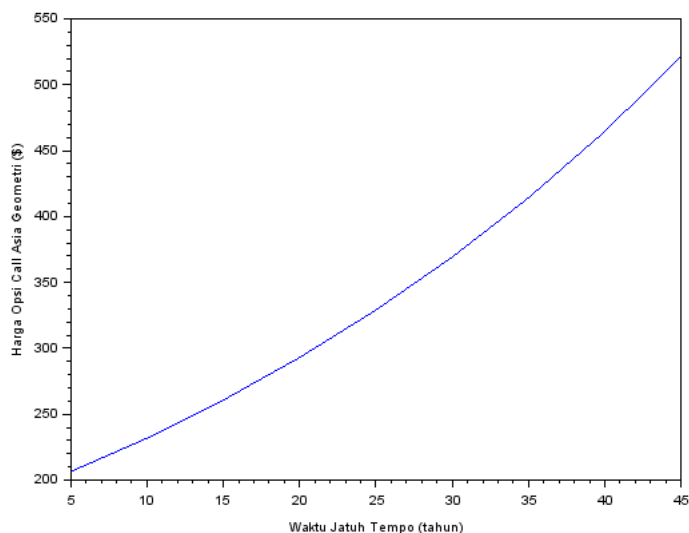
Tabel 3 dan dipertegas dengan Gambar 1 dan 2 terlihat bahwa harga Opsi *Call* Asia dengan rataan geometri dan harga Opsi *Call* Eropa semakin besar seiring dengan semakin lamanya waktu jatuh tempo. Hal ini sejalan dengan karakteristik harga Opsi *Call* Asia dengan rataan geometri dan harga Opsi *Call* Eropa yang semakin besar jika lama waktu jatuh tempo ditingkatkan [11].

Tabel 3. Harga Opsi *Call* Eropa dan Opsi *Call* Asia Geometri dengan Jangka Waktu Jatuh Tempo Yang Berbeda

<i>T</i>	Harga Opsi <i>Call</i> Eropa	Harga Opsi <i>Call</i> Asia dengan Rataan Geometri
5	247.60212	206.47946
10	327.25483	231.82523
15	424.53677	260.73753
20	544.66431	293.07375
25	694.87283	329.10342
30	884.79091	369.29341
35	1127.3300	414.24179
40	1439.9664	464.67985
45	1846.5594	521.48151



Gambar 1. Grafik Opsi Call Eropa dengan T berbeda



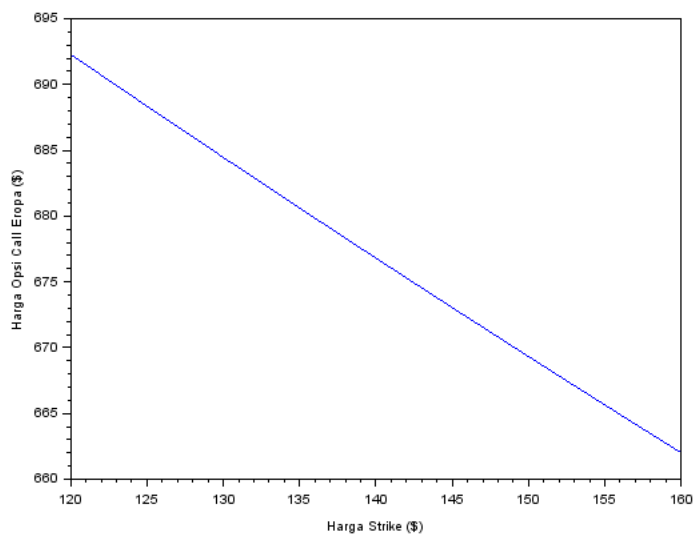
Gambar 2. Grafik Opsi Call Asia dengan Rataan Geometri dengan T berbeda

C. Simulasi Harga Opsi Call Asia dengan Rataan Geometri dan Harga Opsi Call Eropa dengan Model Suku Bunga Cox-Ingersoll-Ross terhadap Perubahan Nilai Parameter Harga Strike (K)

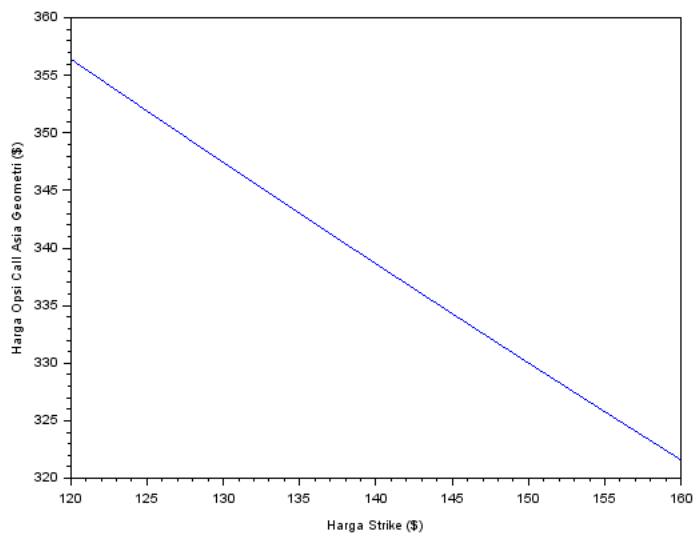
Berdasarkan Tabel 4 dan dipertegas dengan Gambar 3 dan 4 terlihat bahwa harga opsi Call Asia dengan rataian geometri dan harga Opsi Call Eropa semakin kecil seiring dengan peningkatan harga strike. Hal ini sejalan dengan karakteristik harga opsi Call Asia dengan rataian geometri dan harga Opsi Call Eropa yang semakin kecil jika harga strike ditingkatkan [11].

Tabel 4. Harga Opsi *Call* Eropa dan Opsi *Call* Asia Geometri dengan Harga *Strike* yang Berbeda

<i>K</i>	Harga Opsi <i>Call</i> Eropa	Harga Opsi <i>Call</i> Geometri
120	692.28907	356.41095
125	688.35013	351.89646
130	684.45617	347.42578
135	680.60688	343.00011
140	676.80090	338.62007
145	673.03881	334.28767
150	669.31828	330.00300
155	665.64029	325.76818
160	662.00335	321.58197



Gambar 3. Harga Opsi *Call* Eropa dengan *K* yang berbeda



Gambar 4. Harga opsi Asia Geometri dengan *K* yang berbeda

KESIMPULAN

Simulasi harga opsi dengan model suku bunga Cox-Ingersoll-Ross pada Opsi *Call* Asia dengan rata-rata geometri dan harga Opsi *Call* Eropa konvergen pada suatu nilai dengan harga termurah adalah harga Opsi Asia dengan rata-rata geometri yaitu \$356.41. Jika dilihat dari grafik harga opsi dengan harga *strike* yang berbeda, harga opsinya semakin kecil yang sesuai dengan karakteristik harga Opsi *Call* Asia dengan rata-rata geometri dan harga Opsi *Call* Eropa. Selain itu, dengan memperpanjang jangka waktu jatuh tempo, maka harga opsi dengan model suku bunga Cox-Ingersoll-Ross untuk Opsi *Call* Asia dengan rata-rata geometri dan Opsi *Call* Eropa semakin besar yang juga sesuai dengan karakteristik harga Opsi *Call* Asia dengan rata-rata geometri dan Opsi *Call* Eropa.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis menyampaikan terima kasih kepada Lembaga Penelitian dan Pengabdian Masyarakat (LPPM) Universitas Pakuan, Bogor, yang telah mendanai penelitian ini.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] J. Wang, Y. Zhang, "Geometric Average Asian Option Pricing with Paying Dividend Yield under Non-Extensive Statistical Mechanics for Time-Varying Model," *Entropy*, vol. 20, no.828, pp 1-14, 2018. [Online]. Available: MDPI, <https://www.mdpi.com>. [Accessed December. 2, 2023].
- [2] R. Tompkins, *Options Explained 2*. London: Springer, 1994.
- [3] J. Han and W. Hong, "General Multilevel Monte Carlo Methods for Pricing Discretely Monitored Asian Options ". *Open Access Library Journal*, vol.9, no. 1, pp. 1-8, Februari 2022. [Online]. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2020.04.022>. [Diakses 2 Desember 2023].
- [4] N. Kahale, "Review of Asian Options ". *European Journal Of Operational Research*, vol.287, no. 2, pp. 739-748, Februari 2022. [Online]. doi: 10.4236/oalib.1108358. [Diakses 2 Desember 2023].
- [5] P. Willmot, 2nd ed. Paul Willmot introduces Quantitative Finance. West Sussex: John Wiley and Sons Ltd, 2007.
- [6] J.A.P. Sumampouw, C. E. C. J. Montolalu, and T. Manurung, "Metode Quasi Monte Carlo Dengan Barisan Bilangan Acak Halton dalam Menentukan Nilai Kontrak Opsi Tipe Binary pada Saham PT. Gudang Garam, Tbk. ". *d'Cartesian: Jurnal Matematika dan Aplikasi*, vol.9, no. 2, pp. 140-144, September 2020. [Online]. doi: <https://doi.org/10.35799/dc.9.2.2020.29147>. [Diakses 2 Desember 2023].
- [7] P.R.A. Yusli, R. Lestari, and Y. Asdi, "Penerapan Simulasi Monte Carlo Dalam Penentuan Harga Opsi Asia". *Jurnal Matematika UNAND*, vol.6, no. 3, pp. 40-46, 2017. [Online]. doi: <https://doi.org/10.25077/jmu.6.3.40-46.2017>. [Diakses 2 Desember 2023].
- [8] F. Zubedi, N. Achmad, S. L. Mahmud, and R. Mowuu. "Penentuan Harga Beli Opsi Asia Menggunakan Monte Carlo-Antithetic Variate dan Monte Carlo-Control ". *Jurnal Euler*, vol.10, no. 1, pp. 7-14, Juni 2022. [Online]. doi: <https://doi.org/10.34312/euler.v10i1.12055>. [Diakses 2 Desember 2023].
- [9] I. Kamila, E. H. Nugrahani, and D. C. Lesmana. "Metode Monte Carlo untuk Menentukan Harga Opsi Barrier dengan Suku Bunga Takkonstan". *MILANG: Journal of Mathematics and Its Application*, vol.16, no. 1, pp. 55-68, Juli 2017. [Online]. doi: <https://doi.org/10.29244/jmap.16.1.55-68>. [Diakses 2 Desember 2023].
- [10] Y. Zhong and G. Deng, "Geometric Asian Options Pricing Under the Double Haston Stochastic Volatility Model with Stochastic Interest Rate," *Hindawi*, vol. 19, no. 1, pp. 1-13, 2019. [Online]. Available: IEEE Xplore, <http://www.hindawi.com>. [Accessed Dec. 02, 2023].
- [11] D. P. Anggraini, D. C. Lesmana, and B. Setiawaty. "Aplikasi Simulasi Monte Carlo Untuk Menentukan Nilai Opsi Asia dengan Menggunakan Metode Control Variate Pada Komoditas Pertanian ". *MILANG: Journal of Mathematics and Its Application*, vol.16, no. 1, pp. 69-82, Juli 2017. [Online]. doi: <https://doi.org/10.29244/jmap.16.1.69-82>. [Diakses 2 Desember 2023].