

Model *Fuzzy Goal Programming* Yang Diselesaikan Dengan *Linear Programming* Pada Perencanaan Produksi

Altien J. Rindengan¹⁾, Prapto Tri Supriyo²⁾, Aziz Kustiyo³⁾

¹⁾ Program Studi Matematika FMIPA UNSRAT, altien@unsrat.ac.id

²⁾ Departemen Matematika FMIPA IPB

³⁾ Departemen Ilmu Komputer FMIPA IPB

ABSTRACT

Optimization of an objective in the model of linear programming (LP) is widely applied in solving the problems that exist. But with the increasing complexity of these problems, optimization with multiple objectives, known as goal programming (GP) being an option. In this GP, some of these goals were weighted before analysis. In this paper will discuss the formulation of fuzzy goal programming (FGP), in which these goals need not be discrete weighted, but enough to consider the decision maker wishes to impose limits on the value of each function's purpose. Fuzzy concept of a fuzzy membership function is applied to functions such objectives to be achieved. The problems in this case is production planning at the company with some goals to be achieved namely income, labor costs, and raw material costs. The result is a model with some objectives can be formulated in FGP models that can be solved with the LP for production planning of the company.

Keywords : fuzzy goal programming, linear programming, production planning

ABSTRAK

Optimalisasi suatu tujuan dalam model *linear programming* (LP) banyak diaplikasikan dalam menyelesaikan masalah-masalah yang ada. Tapi dengan makin kompleksnya masalah-masalah tersebut, pengoptimalan dengan beberapa tujuan atau dikenal dengan *goal programming* (GP) menjadi pilihan. Dalam GP ini, beberapa tujuan ini diberi pembobotan sebelum dianalisa. Dalam tulisan ini akan dibahas tentang formulasi *fuzzy goal programming* (FGP), dimana tujuan-tujuan tersebut tidak perlu diboboti secara diskret, tapi cukup dengan mempertimbangkan keinginan pengambil keputusan untuk menentukan batasan nilai pada setiap fungsi tujuan yang ada. Konsep *fuzzy* berupa fungsi keanggotaan *fuzzy* diterapkan pada fungsi-fungsi tujuan yang akan dicapai tersebut. Masalah yang digunakan adalah perencanaan produksi pada suatu perusahaan dengan beberapa tujuan yang ingin dicapai yaitu pendapatan, biaya tenaga kerja, dan biaya bahan baku. Hasil yang diperoleh adalah model beberapa tujuan dapat diformulasi dalam model FGP yang dapat diselesaikan dengan LP untuk perencanaan produksi suatu perusahaan.

Kata kunci : *fuzzy goal programming, linear programming, perencanaan produksi*

1. Pendahuluan

Perencanaan produksi adalah proses untuk memproduksi barang-barang pada suatu periode tertentu sesuai dengan yang diramalkan atau dijadwalkan melalui pengorganisasian sumber daya seperti bahan baku, tenaga kerja, mesin dan alat lainnya. Optimalisasi produksi dapat dinyatakan dalam bentuk pemrograman matematis. Seperti bentuk pengotimunan fungsi tujuan/objektif dengan kendala tertentu dimana metode pengembangan solusi diarahkan ke tujuan tunggal seperti metode simpleks untuk *linear programming* (LP). Dalam perencanaan produksi juga tidak hanya dilihat dari sisi memproduksi barang semaksimal mungkin, tapi perlu mempertimbangkan batasan-batasan yang mempengaruhinya, misalkan ketersediaan bahan baku yang terbatas atau ada tujuan lain yang juga harus dicapai.

Metode yang mempertimbangkan beberapa tujuan dalam model LP disebut dengan *multiobjective linear programming* (MOLP) atau *goal programming* (GP) yang merupakan salah satu metode dalam pengambilan keputusan multi-kriteria. Chodary dan Slomp (2002) memaparkan bahwa GP dapat diterapkan secara efektif dalam perencanaan produksi, karena metode GP potensial untuk menyelesaikan aspek-aspek yang bertentangan antara elemen-elemen dalam perencanaan produksi, yaitu konsumen, produk, dan proses manufaktur.

Selain itu, dilihat dari pembuat keputusan, maka tingkat aspirasi pembuat keputusan harus dipertimbangkan untuk memecahkan masalah dari perspektif strategi kepuasan. Menurut

Chankong dan Haimes (1993), unsur penilaian manusia adalah di bidang preferensi didefinisikan oleh pembuat keputusan. Menurut Cukas (2008), proses keputusan dengan beberapa kriteria dalam bisnis dan teknik mengarah pada konsep *fuzzy multiobjective linear programming*. Model ini juga dikenal dengan *fuzzy goal programming* (FGP). Dibandingkan dengan GP yang memerlukan pembobotan pada tiap fungsi tujuan, pada FGP tidak perlu pembobotan. Setiap fungsi tujuannya dinyatakan dalam derajat keanggotaan *fuzzy* sesuai preferensi perusahaan atau pengambil keputusan. Dilihat dari keunggulan ini maka analisis dalam penelitian ini akan menggunakan FGP.

Dari sisi sistem pendukung keputusan (*decision support system-DSS*) yang merupakan prosedur berbasis model untuk pemrosesan data dan penilaian untuk membantu para manajer mengambil keputusan, mempunyai karakteristik dan kapabilitas yang salah satunya adalah pemodelan dan analisis. Dari sisi klasifikasi DSS, dapat berorientasi data dan model, salah satunya adalah model optimisasi. FGP sebagai model optimisasi, akan membentuk DSS bagi manajemen dari sisi keinginan pengambil keputusan menentukan besarnya nilai setiap fungsi tujuan yang akan dicapai secara optimal (Turban *et al.* 2005).

Penelitian ini bertujuan untuk membuat formulasi model FGP yang dapat diselesaikan dalam model LP pada perencanaan produksi suatu perusahaan yang dapat memenuhi beberapa tujuan yang ingin dicapai yaitu pendapatan, biaya tenaga kerja, dan biaya bahan baku.

2. Fuzzy Goal Programming

Metode yang menggunakan himpunan *fuzzy* pada GP disebut *Fuzzy Goal Programming* (FGP), dimana metode ini tidak perlu melakukan kalibrasi pembobotan atau melakukan seleksi terhadap derajat pentingnya fungsi objektif. Metode ini hanya menggunakan preferensi khusus pada tujuan yang dapat dimodelkan dengan menggunakan fungsi-fungsi keanggotaan *fuzzy* (Kusumadewi & Purnomo 2004). FGP ini, diformulasi menjadi bentuk LP untuk mencari solusi optimalnya.

Menurut Li *et al.* (2004), FGP dapat diformulasikan sebagai berikut:

Jika didefinisikan $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T \in R^n$ sebagai vektor variabel keputusan dan $f(\mathbf{x}) = (f_1(\mathbf{x}), \dots, f_m(\mathbf{x}))$ adalah fungsi-fungsi tujuan dengan sistem bentuk kendala $G(\mathbf{x})$. Pengambil keputusan menginginkan batasan f_i^* , ($i = 1, 2, \dots, m$) untuk setiap fungsi tujuan yang memenuhi kendala linear $G(\mathbf{x})$. Dengan menggunakan konsep himpunan *fuzzy*, fungsi keanggotaan dapat didefinisikan berdasarkan langkah-langkah berikut:

1. Nyatakan

$$\text{Max } f_i(\mathbf{x}), \quad i = 1, 2, \dots, m \tag{1}$$

dengan kendala $\mathbf{x} \in G(\mathbf{x}) \in R^n$

misalkan diperoleh \mathbf{x}_j^* ($j=1, 2, \dots, n$) adalah solusi optimal pada fungsi tujuan $f_i(\mathbf{x})$, ambil $f_i(\mathbf{x}_j^*) = f_{i\max}$.

2. Cari min $f_i(\mathbf{x}_j^*) = f_{i\min}$ untuk setiap i .

3. Definiskan fungsi keanggotaan $\mu_{f_i}(\mathbf{x})$, ($i = 1, 2, \dots, m$) dalam bentuk :

$$\mu_{f_i}(\mathbf{x}) = \begin{cases} \frac{f_{i\max} - f_i(\mathbf{x})}{f_{i\max} - f_i^*} & f_i^* < f_i(\mathbf{x}) \leq f_{i\max} \\ 1 & f_i(\mathbf{x}) = f_i^* \\ \frac{f_i(\mathbf{x}) - f_{i\max}}{f_i^* - f_{i\min}} & f_{i\min} \leq f_i(\mathbf{x}) < f_i^* \end{cases}$$

Kemudian definisikan himpunan λ -level $F_i^\lambda(\mathbf{x})$ atau $F(\lambda, \mathbf{x})$, sehingga dibentuk model FGP yaitu: Tentukan \mathbf{x}^* yang memenuhi,

$$\text{Max } \lambda \tag{2}$$

dengan kendala $\mathbf{x} \in F(\lambda, \mathbf{x}) \cap G(\mathbf{x})$.

dimana $F(\lambda, \mathbf{x}) = F^\lambda(\mathbf{x}) = F_1^\lambda(\mathbf{x}) \cap F_2^\lambda(\mathbf{x}) \cap \dots \cap F_i^\lambda(\mathbf{x}) \cap \dots \cap F_m^\lambda(\mathbf{x})$

dengan $F_i^\lambda(\mathbf{x}) = \{\mathbf{x} | \mu_{f_i}(\mathbf{x}) \geq \lambda ; 0 \leq \lambda \leq 1, \mathbf{x} \in F_i(\mathbf{x})\}$

Karena fungsi tujuan dalam model yang akan dibahas adalah masalah maksimisasi dan minimisasi, menurut Singh *et al.* (2011), FGP dapat dinyatakan :

Tentukan x (3)

Sedemikian sehingga

$$F_i(x) \leq f_i \text{ atau } F_i(x) \geq f_i \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

dengan kendala

$$Ax \leq b, \quad x \geq 0$$

dimana $F_i(x)$ adalah fungsi tujuan ke- i , f_i adalah level aspirasi dari fungsi tujuan $F_i(x)$, A adalah matriks koefisien penggunaan setiap sumberdaya untuk menghasilkan satu satuan nilai variabel keputusan x_j , dan b adalah vektor kolom sisi kanan kendala yang menyatakan ketersediaan tiap sumberdaya.

Fungsi keanggotaan $\mu_{f_i}(x)$ untuk setiap tujuan *fuzzy* dapat dinyatakan dalam bentuk:

- Jika $F_i(x) \leq f_i$, maka

$$\mu_{f_i}(x) = \begin{cases} 1 & F_i(x) \leq f_i \\ \frac{U_i - F_i(x)}{U_i - f_i} & f_i \leq F_i(x) \leq U_i \\ 0 & F_i(x) \geq U_i \end{cases} \quad (4)$$

- Jika $F_i(x) \geq f_i$, maka

$$\mu_{f_i}(x) = \begin{cases} 1 & F_i(x) \geq f_i \\ \frac{F_i(x) - L_i}{f_i - L_i} & L_i \leq F_i(x) \leq f_i \\ 0 & F_i(x) \leq L_i \end{cases} \quad (5)$$

dimana U_i dan L_i adalah batas atas dan bawah preferensi pengambil keputusan yang diinginkan, f_i adalah batasan optimal (max/min) dari model.

Model FGP (2) dan (3) dapat dinyatakan dalam bentuk :

Tentukan x^* yang memenuhi,

$$\text{Max } \lambda \quad (6)$$

dengan kendala

$$\mu_{f_i}(x) \geq \lambda$$

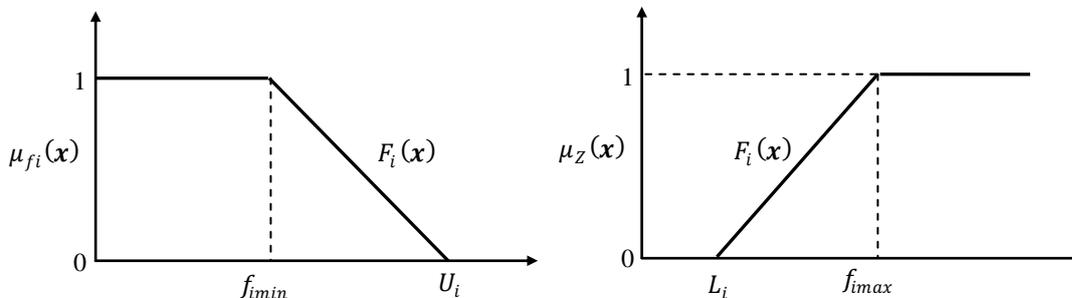
$$Ax \leq b, \quad x \geq 0$$

Selanjutnya fungsi keanggotaan *fuzzy* tiap fungsi tujuan adalah:

$$\mu_{f_i}(x) = \begin{cases} 1 & F_i(x) \leq f_{imin} \\ \frac{U_i - F_i(x)}{U_i - f_{imin}} & f_{imin} \leq F_i(x) \leq U_i \\ 0 & F_i(x) \geq U_i \end{cases} \quad (7)$$

$$\mu_{f_i}(x) = \begin{cases} 1 & F_i(x) \geq f_{imax} \\ \frac{F_i(x) - L_i}{f_{imax} - L_i} & L_i \leq F_i(x) \leq f_{imax} \\ 0 & F_i(x) \leq L_i \end{cases} \quad (8)$$

Bentuk fungsi keanggotaan (7) dan (8) dapat digambarkan sebagai berikut :



Gambar 1. Bentuk umum fungsi keanggotaan *fuzzy* fungsi tujuan model FGP

Semakin besar nilai λ yang diperoleh, akan mengakibatkan nilai keanggotaan *fuzzy* untuk setiap fungsi tujuan akan makin besar yang artinya solusi yang diperoleh mendekati nilai optimal (max/min).

Langkah-langkah Formulasi Model FGP

- Menetapkan variabel-variabel keputusan :
Variabel-variabel keputusan adalah jenis-jenis produk yang diproduksi perusahaan.
- Menetapkan fungsi-fungsi tujuan model :
Fungsi tujuan yang akan dianalisa adalah maksimisasi pendapatan, minimisasi biaya bahan baku, dan minimisasi biaya tenaga kerja.
- Menetapkan bentuk-bentuk kendala:
Bentuk-bentuk kendala berhubungan dengan bahan baku yang diperlukan untuk setiap satuan produk yang akan diproduksi dan batasan ketersediaan bahan baku.
- Membentuk model-model LP berdasarkan fungsi tujuan dan kendala yang telah dibentuk.
- Mencari solusi optimal masing-masing model:
Solusi optimal ini didokumentasi sebagai dasar membentuk fungsi keanggotaan *fuzzy* masing-masing fungsi tujuan.
- Membentuk fungsi keanggotaan dari solusi optimalnya menurut fungsi keanggotaan *fuzzy*:
Fungsi keanggotaan *fuzzy* ini berdasarkan preferensi pengambil keputusan.
- Membentuk model FGP:
Setelah ditentukan solusi dari tujuan mana yang dinyatakan dalam fungsi keanggotaan *fuzzy*, maka dibuat model FGP. Model ini akan menjadi model dengan satu fungsi tujuan yang dapat dianalisa seperti model LP.

3. Hasil dan Pembahasan

Masalah dalam tulisan ini dibatasi pada: tujuan yang di analisis adalah pendapatan, biaya bahan baku, dan biaya tenaga kerja; kendala model adalah bahan baku pembuatan produk dan kemasan/*packaging*.

Variabel Keputusan

Variabel keputusan adalah jumlah produksi dari tiap jenis produk yang akan diproduksi yaitu x_1, x_2, \dots, x_n atau produk ke- j ($x_j, j = 1, 2, \dots, n$)

Fungsi Tujuan

Fungsi tujuan dalam model ini adalah :

- Fungsi pendapatan yang akan dimaksimalkan

$$Z(x) = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_jx_j + \dots + c_nx_n = \sum_{j=1}^n c_j x_j$$

dengan c_j adalah harga satu satuan produk ke- j , untuk $j = 1, 2, \dots, n$.

- Fungsi biaya bahan baku yang akan diminimalkan

$$B(x) = q_1x_1 + q_2x_2 + \dots + q_jx_j + \dots + q_nx_n = \sum_{j=1}^n q_j x_j$$

dengan q_j adalah biaya bahan baku yang diperlukan untuk memproduksi satu satuan produk ke- j , untuk $j = 1, 2, \dots, n$.

- Fungsi biaya tenaga kerja yang akan diminimalkan

$$T(x) = r_1x_1 + r_2x_2 + \dots + r_jx_j + \dots + r_nx_n = \sum_{j=1}^n r_j x_j$$

dengan r_j adalah biaya tenaga kerja yang diperlukan untuk memproduksi satu satuan produk ke- j , untuk $j = 1, 2, \dots, n$.

Bentuk Kendala

Bentuk kendala berhubungan dengan ketersediaan sumber daya atau bahan baku.

- Bahan baku pembuatan tiap produk

Misalkan total bahan baku ke- i yang tersedia adalah $b_i, (i = 1, 2, \dots, m)$ dan jumlah bahan baku ke- i yang diperlukan untuk menghasilkan satu satuan produk ke- j adalah a_{ij} , maka

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &\leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &\leq b_2 \\ &\vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &\leq b_m \end{aligned}$$

- Kemasan/packaging

Misalkan total kemasan produk ke- j yang tersedia adalah $d_j, (j = 1, 2, \dots, n)$ dan jumlah kemasan produk ke- j yang diperlukan untuk menghasilkan satu satuan produk ke- j adalah v_j , maka $v_j x_j \leq d_j$.

Ditambah dengan kendala *nonnegatif* yaitu $x_j \geq 0$.

Model FGP

Untuk membentuk model FGP, perlu dicari terlebih dahulu solusi LP untuk masing-masing fungsi tujuan.

Misalkan untuk :

- (1) Max $Z(x)$ diperoleh $Z(x^*) = Z^*$
- (2) Min $B(x)$ diperoleh $B(x^*) = B^*$
- (3) Min $T(x)$ diperoleh $T(x^*) = T^*$

Nilai-nilai ini akan menjadi batas maksimum dan minimum pada fungsi keanggotaan fuzzy dari masing-masing fungsi tujuan. Selanjutnya manajerial pengambil keputusan perusahaan dapat menentukan tingkat pendapatan terendah dengan tingkat biaya bahan baku dan tenaga kerja tertinggi yang diinginkan.

Misalkan yang diinginkan adalah:

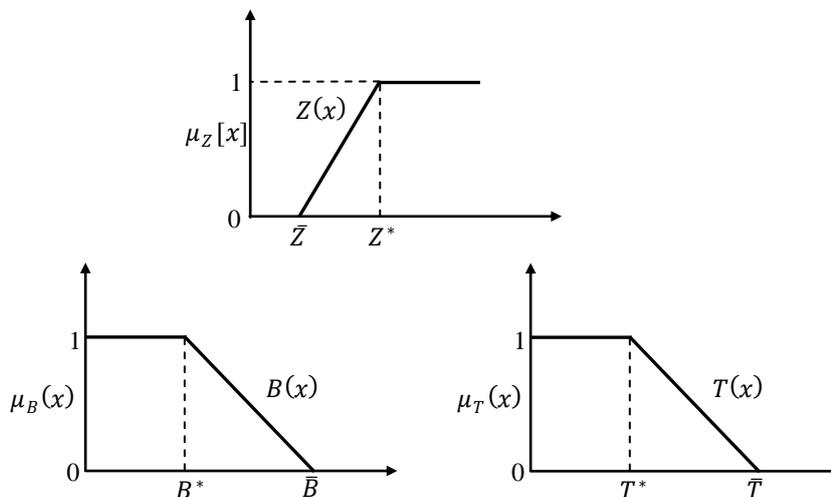
- Serendah-rendahnya pendapatan yang harus diperoleh adalah \bar{Z}
- Setinggi-tingginya biaya bahan baku adalah \bar{B}
- Setinggi-tingginya biaya tenaga kerja adalah \bar{T}

Maka fungsi keanggotaan fuzzy dari setiap fungsi tujuan adalah :

$$\mu_Z(x) = \begin{cases} 1 & Z(x) \geq Z^* \\ \frac{Z(x) - \bar{Z}}{Z^* - \bar{Z}} & \bar{Z} \leq Z(x) \leq Z^* \\ 0 & Z(x) \leq \bar{Z} \end{cases}$$

$$\mu_B(x) = \begin{cases} 1 & B(x) \leq B^* \\ \frac{\bar{B} - B(x)}{\bar{B} - B^*} & B^* \leq B(x) \leq \bar{B} \\ 0 & B(x) \geq \bar{B} \end{cases}$$

$$\mu_T(x) = \begin{cases} 1 & T(x) \leq T^* \\ \frac{\bar{T} - T(x)}{\bar{T} - T^*} & T^* \leq T(x) \leq \bar{T} \\ 0 & T(x) \geq \bar{T} \end{cases}$$



Gambar 2. Fungsi keanggotaan fuzzy dari tiap fungsi tujuan model

4. Kesimpulan

- Model beberapa tujuan dalam *linear programming* (LP) dapat diformulasi dalam bentuk *Fuzzy Goal Programming* (FGP) berdasarkan preferensi pengambil keputusan pada setiap tujuan yang ingin dicapai.
- Formulasi FGP dapat diselesaikan dalam model LP.
- Formulasi FGP ini, dapat diterapkan pada perencanaan produksi perusahaan.

Daftar Pustaka

- Chankong V., Y.Haimes. 1993. *Multiobjective Decision Making: Theory and Methodology*. New York .
- Chodary B., J.Slopp. 2002. *Production Planning Under Dynamic Product Environment: A Multi-objective Goal Programming Approach*.
<http://www.ub.rug.nl/eldoc/som/a/02A12/02A12.pdf> [15 Des 2009].
- Cukas M. 2008. Design Optimization of Electric Motor by Multiobjective Fuzzy. *Mathematics and Computational Application* 13(3): 153 – 163.
- Li S., Y.Yang, C.Teng. 2004. Fuzzy Goal Programming With Multiple Priorities via Generalized Varying-Domain Optimization Method. *IEEE Transactions on Fuzzy System* 12(5): 597 – 605.
- Singh P., S.T.Kumar, R.K.Singh. 2011. Fuzzy Goal Programming Approach to Multiobjective Linear Plus Linaer Fractional Programming Problem. *WSEAS Proceedings of American Conference on Applied Mathematics Puerto Morelos, Mexico*.
- Turban E., J.E.Aronson, T.P.Liang. 2005. *Decision Support System and Intelligent System. Seventh Edition*. Pearson Prentice Hall. USA.