

Analisis Struktur Rangka Cara Kekakuan: Sebagai Alat Bantu Alternatif Dalam Perhitungan Struktur

Johny Theodorus Harahap¹⁾, M.D.J Sumajouw, S.E. Wallah²⁾

¹⁾Mahasiswa Program studi Teknik Sipil Pasca Sarjana Unsrat

²⁾Staf Pengajar Program studi Teknik Sipil Pasca Sarjana Unsrat

ABSTRACT

Analysis of a frame structure is necessary for evaluation of how large is the structural response of applied load. In general, the understanding of Stiffness Method were done by using simple structure example. As the number of structural dimensions increases which could be represented by the number of joint and element, will required the use of adequate sophisticated computers and other application of computation. One of the most popular computation application is MS Excel.

The aims of this research are to make an alternative MS Excel oriented structural analysis tool and to make comparison of the computation output with other program available in the market.

Otomatization in the computation of stiffness method by MS Excel oriented will make the analysis steps which consist of numerical processes, now could be display on the sheets so that we could verify its validity according to the structural theory.

This transparant computational processess will alleviate the confidency of the computational out put and in the practice, it is appropriate to be use for educational purpose or as the comparison to the other output using other application program. Computation output of six types of frame structures using this alternative tools give less significance output so that it would be conclude that thoh alternative tool could be used. The transparancy of the computation were appropriate to be used in the learning processess and also it could be used as the comparison tools to the other available structural analysis application.

Key words : *stiffness method, frame structures,transparancy,element stiffness,structure stiffness*

ABSTRAK

Analisis struktur rangka dimaksudkan untuk mengetahui besar respons struktur terhadap beban. Pemahaman metode kekakuan dalam perkuliahan, umumnya dilakukan dengan memakai contoh struktur sederhana. Meningkatnya ukuran struktur yang direpresentasikan oleh banyaknya titik kumpul dan elemen batang, mengharuskan pemakaian komputer dan aplikasi perhitungan yang sesuai. Salah satu aplikasi populer untuk menghitung ialah MS Excel.

Tujuan yang ingin dicapai dengan penelitian ini membuat alat bantu alternatif analisis struktur berorientasi MS Excel dan melakukan perbandingan hasil perhitungan dengan output aplikasi lain yang sudah ada di pasaran.

Otomatisasi perhitungan cara kekakuan berorientasi MS Excel membuat tahapan analisis yang bentuk fisiknya merupakan pengolahan angka, tampil pada sheet sehingga dapat diperiksa kebenarannya sesuai dengan teori. Proses perhitungan yang transparan meningkatkan kepercayaan atas hasil perhitungan dan dalam praktek, cocok digunakan dalam edukasi atau sebagai pembanding terhadap output aplikasi lainnya.

Hasil perhitungan enam jenis struktur rangka dengan program bantu alternatif dengan program aplikasi lain, memberikan perbedaan yang sangat kecil sehingga dapat disimpulkan bahwa output program bantu alternatif, dapat digunakan. Transparansi perhitungan merupakan alasan program bantu alternatif cocok digunakan dalam proses perkuliahan dan sebagai alat pembanding dari aplikasi analisis struktur yang lain.

Kata kunci : *metode kekakuan , struktur rangka,transparansi,kekakuan elemen, kekakuan struktur*

PENDAHULUAN

Latar Belakang

Metode matriks cara kekakuan dikembangkan dengan anggapan struktur bersifat elastik-linier. Prinsip superposisi digunakan supaya terbentuk persamaan keseimbangan aksi yang selaras per-pindahan titik kumpul. Solusi persamaan simultan yaitu perpindahan titik kumpul. Selanjutnya, besaran reaksi serta aksi ujung batang dapat dihitung.

Prosedur perhitungan diformalisasi dengan menganggap semua titik kumpul mengalami perpindahan dengan demikian hubungan aksi dan perpindahan pada semua batang ditangani seragam. Matriks kekakuan struktur dirakit dengan cara penjumlahan langsung dari matriks kekakuan batang serta matriks beban ekuivalen struktur dirakit dengan cara sama dari matriks beban ekuivalen pada ujung batang dengan syarat semua arah dalam sumbu struktur dan ordo matriks Sesuai koordinat struktur. Cara ini disebut metode kekakuan langsung (*direct stiffness*). Kondisi titik tumpuan akan diperhitungkan kemudian.

Aplikasi MS Excel MS Excel digunakan untuk perhitungan cara matriks karena dilengkapi fungsi bawaan (*built in*) dalam hal operasi matriks. Lembaran kerja (*sheet*) digunakan untuk pemisahan tahapan perhitungan, Sel (*cell*) dengan referensi alamat baris (*row*) dan kolom (*column*) difungsikan sebagai elemen matriks dan *range* yang merupakan sekelompok sel berbentuk segiempat mewakili bentuk matriks. Keuntungan menggunakan lembar kerja yaitu tahapan perhitungan sesuai teori ditampilkan pada layar, pengguna dapat melakukan pemeriksaan perhitungan sehingga, pengguna yakin atas kebenaran output.

Semakin banyak titik kumpul dan jumlah elemen batang yang merepre-sentasikan struktur, semakin besar orde matriks dan jumlah pengulangan perhitungan. Meskipun demikian, perhitungan hanya menggunakan operasi aritmatik sederhana dan kesulitan perhitungan diminimalisir dengan menggunakan formula antar sel dan fungsi untuk operasi matriks seperti perkalian, transpos dan invers yang sudah tersedia pada MS Excel.

Perumusan masalah

Masalah yang cukup sulit pada saat melaksanakan analisis cara kekakuan langsung walaupun menggunakan MS Excel, diidentifikasi sebagai berikut :

- Perhitungan aksi dan perpindahan pada batang dilakukan berulang sebanyak jumlah batang dimana setiap batang mempunyai karakteristik tertentu .
- Perubahan ordo matrik dan reposisi elemennya dari koordinat lokal menjadi koordinat global.
- Tata ulang matriks.
- Transfer perpindahan titik kumpul sebagai perpindahan ujung batang.

Tahapan perhitungan dapat ber-laku untuk semua jenis struktur rangka akan tetapi tulisan hanya untuk analisis struktur portal bidang.

Tujuan

Tulisan ini bertujuan untuk memformulasi tahapan analisis struktur portal bidang dengan metode matriks cara kekakuan menggunakan MS Excel. Hasil pembahasan dapat digunakan saat pembuatan program berbasis MS Excel.

LANDASAN TEORI

Struktur Portal bidang

Struktur rangka terdiri dari batang-batang yang panjangnya jauh lebih besar dibandingkan ukuran penampang lintangnya. Titik kumpul struktur portal bidang adalah titik pertemuan batang-batang, termasuk tumpuan dan ujung bebas suatu batang.

Semua elemen pada struktur, beban yang bekerja dan translasinya bekerja terletak pada bidang X-Y (gambar 1). Poros momen dan rotasi tegak lurus bidang tersebut. Tegangan dalam di suatu penampang batang terdiri gaya aksial, gaya geser dan momen lentur. Perpindahan titik kumpul terdiri dari translasi arah X, translasi arah Y dan rotasi terhadap sumbu Z (tidak terlihat karena tegak lurus bidang gambar dengan arah ke pembaca). Semua bernilai positif sesuai arah sumbu acuan. Hubungan antara aksi yang selaras dengan perpindahan tersebut untuk semua titik kumpul :

$$[S] [D] = [A] \quad (1)$$

dimana :

- D = Perpindahan titik kumpul
- A = Jumlah semua aksi yang selaras perpindahan titik kumpul
- S = Aksi pada titik titik kumpul akibat satu satuan perpindahan pada titik kumpul.

Kekakuan batang

Persamaan antara aksi dan perpindahan elemen batang (gambar 2) :

$$[S_M] [D_M] = [A_M] \tag{2}$$

dimana :

- D_M = Perpindahan ujung batang
- A_M = Aksi pada ujung batang
- S_M = Aksi pada titik ujung batang akibat satu satuan perpindahan pada ujung batang.

Weaver dan Gere (1980), merumuskan matriks $[S_M]$ sebagai berikut :

$$[S_M]_i = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} & \begin{bmatrix} \frac{EA_x}{L} & 0 & 0 & \frac{-EA_x}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & \frac{-12EI_z}{L^3} & \frac{6EI_z}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & \frac{4EI_z}{L} & 0 & \frac{-6EI_z}{L^2} & \frac{2EI_z}{L} \\ \frac{-EA_x}{L} & 0 & 0 & \frac{EA_x}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-12EI_z}{L^3} & \frac{-6EI_z}{L^2} & 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & \frac{-6EI_z}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & \frac{2EI_z}{L} & 0 & \frac{-6EI_z}{L^2} & \frac{4EI_z}{L} \end{bmatrix} \end{matrix} \tag{3}$$

Dimana A_x adalah luas penampang batang, E adalah modulus elastisitas, merupakan panjang batang, I_z adalah inersia terhadap sumbu Z . Elemen matriks $[S_M]$ ditentukan dengan menggunakan tabel aksi ujung batang akibat perpindahan pada struktur terkekang. Angka-angka dengan huruf miring adalah indeks perpindahan pada batang yang disebut koordinat lokal.

Transformasi sumbu

Umumnya elemen struktur membentuk sudut dengan sumbu struktur. Sebagai contoh tinjau batang i pada gambar 1.

Transformasi kekakuan batang dari sumbu lokal (gambar 3) ke sumbu global (gambar 4) oleh Weaver dan Gere (1980), dapat dilakukan dengan perkalian 3 matriks :

$$[S_{MS}] = [R_T]^T [S_M] [R_T] \tag{4}$$

dimana :

- S_{MS} = Kekakuan batang dalam sumbu struktur.
- R_T = Transformasi rotasi

$$[R_T] = \begin{matrix} & \begin{matrix} 4 & 5 & 6 & 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 4 \\ 5 \\ 6 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} C_x & -C_y & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_y & C_x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_x & -C_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_y & C_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix} \tag{5}$$

dimana C_x dan C_y adalah cosinus arah batang :

$$C_x = \frac{X_k - X_j}{L} \tag{6}$$

$$C_y = \frac{Y_k - Y_j}{L} \tag{7}$$

Dan Panjang batang :

$$L = \sqrt{(X_k - X_j)^2 + (Y_k - Y_j)^2} \tag{8}$$

Perakitan matriks

Ordo matriks $[SMS]$ dibuat sama dengan matriks $[S]$ dan elemen matriksnya diletakkan pada matriks yang sudah diekspansi sesuai koordinat struktur.

Koordinat struktur atau perpindahan titik kumpul diberi nomor dengan rumus:

Translasi arah X :

$$m = n*3 - 2 \tag{9}$$

Translasi arah Y :

$$m = n*3 - 1 \tag{10}$$

Rotasi terhadap Z :

$$m = n*3 \tag{11}$$

dimana n adalah nomor titik kumpul dan m adalah nomor perpindahan.

Tiga perpindahan terjadi pada setiap titik kumpul struktur portal bidang. Matriks kekakuan struktur pada gambar 5, ber ordo 9×9 . Contoh pada gambar 6 menunjukkan nomor perpindahan di titik kumpul 3 yaitu nomor 7, 8 dan 9.

Tinjau batang nomor 1 dengan ujung j nomor 1 dan ujung k nomor 3. Matriks $[S_{MS}]_1$ yang dihasilkan dengan persamaan 4, ditulis

dengan nomor perpindahan titik kumpul pada ujung ujung batang, posisi elemen matriks akan dirubah seperti gambar 7.

Semua matriks kekakuan batang dalam arah sumbu struktur $[S_{MS}]$ diperlakukan sama seperti contoh diatas dan matriks kekakuan struktur :

$$[S] = \sum_{i=1}^m [S_{MS}]_i \quad (11)$$

Vektor beban pada batang untuk struktur terkekang $[A_{ML}]$ dinyatakan dalam sumbu struktur dengan cara :

$$[A_{MS}] = [R_T]^T [A_{ML}] [R_T] \quad (12)$$

Dimana :

A_{MS} = Aksi ujung batang dalam arah sumbu struktur

A_{ML} = Aksi ujung batang dalam arah sumbu batang akibat beban pada struktur kinematis.

Elemen matriks $[A_{ML}]$ ditentukan dengan menggunakan tabel aksi ujung batang akibat perpindahan pada struktur terkekang. Tinjau batang 1 sebagai batang kinematis (gambar 8) dimana aksi P sebesar 1 Ton bekerja ditengah batang memberikan matriks aksi ujung batang dalam arah sumbu batang akibat beban pada struktur kinematis(gambar 9).

Matriks $[A_{MS}]_i$ yang dihasilkan dengan persamaan 12, ditampilkan dengan nomor perpindahan titik kumpul pada ujung ujung batang kemudian dilakukan reposisi elemen matriks (gambar 10).

Beban titik kumpul yang merupakan ekivalen dari beban yang bekerja pada batang adalah :

$$[A_E] = - \sum_{i=1}^m [A_{MS}]_i \quad (13)$$

Matriks aksi pada titik kumpul merupakan adalah jumlah dari yang bekerja langsung pada titik kumpul A_j dan beban ekivalen A_E dari batang :

$$[A] = [A_j] + [A_E] \quad (14)$$

Beban momen pada titik 3 selaras dengan perpindahan nomor 9.

Tata ulang matriks

Rumus-rumus diatas, berlaku untuk semua perpindahan titik kumpul termasuk tumpuan yang perpindahannya adalah nol.

Jika ditata-ulang dimana dipisahkan menurut perpindahan titik bebas dan perpindahan tumpuan, persamaan 1 dapat ditulis :

$$\begin{bmatrix} S_{FF} & S_{FR} \\ S_{RF} & S_{RR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_F \\ D_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_F \\ A_R \end{bmatrix} \quad (15)$$

dimana :

D_F = Perpindahan titik kumpul bebas.

D_R = Perpindahan titik kumpul yang dikekang.

A_F = Aksi di titik kumpul bebas.

A_R = Aksi di titik kumpul yang dikekang.

S_{FF} = Aksi A_F akibat satu satuan perpindahan D_F .

S_{FR} = Aksi A_F akibat satu satuan perpindahan D_R .

S_{RF} = Aksi A_R akibat satu satuan perpindahan D_F .

S_{RR} = Aksi A_R akibat satu satuan perpindahan D_R .

Untuk contoh struktur (gambar 5), perpindahan dengan nomor 7, 8 dan 9 merupakan perpindahan bebas. Tata ulang matriks kekakuan pada gambar 12 dan tata ulang matriks aksi di titik kumpul pada gambar 13.

Perhitungan hasil

Perpindahan titik kumpul bebas :

$$[D_F] = [S_{FF}]^{-1} [A_F] \quad (16)$$

Aksi pada titik yang dikekang $[A_R]$ merupakan gabungan semua Aksi yang bekerja reaksi tumpuan. Reaksi tumpuan $[A_{RR}]$ dapat dihitung :

$$[A_{RR}] = [S_{RF}] [D_F] - [A_R] \quad (17)$$

Perpindahan titik kumpul adalah perpindahan ujung batang dalam arah sumbu struktur. Ordo matriks disesuaikan dan transformasi rotasi ke sistem sumbu batang akan menghasilkan aksi ujung batang :

$$[A_M] = [S_{ML}] + [S_M] [D_M] \quad (18)$$

Persamaan ini berlaku untuk setiap batang.

METODOLOGI

Masalah yang telah diidentifikasi akan diselesaikan dengan pemisahan perhitungan pada batang dan pada struktur. Kaitan antar variabel dalam perhitungan dibuat dalam formula Excel.

Struktur portal bidang akan digunakan dalam pembahasan dan hasil akan dibandingkan dengan output jika menggunakan aplikasi yang sudah ada di pasaran.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Struktur pada gambar 5 dengan penomoran seperti pada gambar 6 akan digunakan sebagai contoh. Data lain untuk perhitungan :

Batang 1 :	
Elastisitas (E)	= 2100 ton/cm ²
Luas tampang (A)	= 100 cm ²
Inersia (I)	= 5000 cm ⁴
Batang 2 :	
Elastisitas (E)	= 2100 ton/cm ²
Luas tampang (A)	= 40 cm ²
Inersia (I)	= 1000 cm ⁴

Perhitungan menggunakan MS Excel dengan *sheet* DATA sebagai lembar data input (gambar 14), *sheet* ELEMEN untuk perhitungan pada batang (gambar 15, 16, 19) , *sheet* STRUKTUR untuk perhitungan pada tingkat struktur (Gambar 17, 18) dan *sheet* HASIL untuk output (gambar20).

Sheet ELEMEN digunakan berulang sesuai jumlah batang. Untuk dapat mengakses dari *sheet* DATA dengan acuan nomor batang, diperlukan formula sebagai berikut :

Sel B7 , ketik:

```
=VLOOKUP($D$3;DATA!$B$12:$G$13;2;FALSE)
```

Sel G7 , ketik:

```
=(VLOOKUP($C$7;DATA!$B$6:$D$8;2;FALSE)-VLOOKUP($B$7;DATA!$B$6:$D$8;3;FALSE))^2+(VLOOKUP($C$7;DATA!$B$6:$D$8;3;FALSE)-VLOOKUP($B$7;DATA!$B$6:$D$8;3;FALSE))^2)^0,5
```

Sel I7 , ketik:

```
=(VLOOKUP($C$7;DATA!$B$6:$D$8;3;FALSE)-VLOOKUP($B$7;DATA!$B$6:$D$8;3;FALSE))/G$7
```

Akses data beban pada batang:

Sel I7 , ketik:

```
=(VLOOKUP($C$7;DATA!$B$6:$D$8;3;FALSE)-VLOOKUP($B$7;DATA!$B$6:$D$8;3;FALSE))/G$7
```

Mengganti nomor batang pada sel D3 akan mengakses parameter batang tersebut dari *sheet* DATA. Informasi S_{MS} dan informasi A_{MS} ditransfer ke *sheet* STRUKTUR yaitu menjumlah pada matriks S_{dan} mengurang pada matriks A_E .

Cara reposisi elemen matriks S_{MS} dan elemen matriks A_{MS} pada *sheet* ELEMEN (gambar 16).

Sel D133 , ketik:

```
=INDEX($D$113:$R$127;MATCH($A133;$A$113:$A$127;0);MATCH(D$132;$D$112:$R$112;0))
```

Sel B133, ketik:

```
=VLOOKUP($A133;$A$113:$B$127;2;FALSE)
```

Kedua formula ini digandakan (copy) pada semua elemen dari masing-masing matriks.

Tata ulang matriks S atau matriks A pada *sheet* STRUKTUR menjadi mudah dengan menggunakan formula sebagai berikut :

Sel C34 , ketik:

```
=INDEX($C$6:$K$14;MATCH($B34;$B$6:$B$14;0);MATCH(C$33;$C$5:$K$5;0))
```

Sel C85, ketik:

```
=INDEX($C$69:$C$77;MATCH(B85;$B$69:$B$77;0);1)
```

Kedua formula ini digandakan (copy) pada semua elemen dari masing-masing matriks.

Transfer informasi ke *sheet* HASIL adalah matriks perpindahan titik kumpul D dan matriks reaksi perletakan A_{RR} . Gaya ujung batang dihitung pada *sheet* ELEMEN (gambar 19). Formula yang digunakan sebagai berikut.

Sel B78, ketik :

```
=VLOOKUP(A78;STRUKTUR!$B$107:$C$115;2;FALSE)
```

Menggunakan aplikasi SAP 2000 dengan output seperti pada gambar 21 maka perbandingan hasil sebagai berikut :

Sel H7 , ketik:

```
=(VLOOKUP($C$7;DATA!$B$6:$D$8;2;FALSE)-VLOOKUP($B$7;DATA!$B$6:$D$8;2;FALSE))/G$7
```

Tabel 1. Perpindahan titik kumpul dan reaksi perletakan

Titik	Satuan	Hasil perhitungan		
		MS Excel	SAP 2000	
PERPINDAHAN TITIK KUMPUL				
3	Translasi X	cm	-0,008273	-0,008273
	Translasi Y	cm	0,005286	0,005286
	Rotasi	rad	0,005053	0,005054
REAKSI PERLETAKAN				
1	Gaya X	Ton	0,099747	0,099800
	Gaya Y	Ton	2,280031	2,280000
	Momen	Ton.cm	272,424005	272,413000
2	Gaya X	Ton	-0,699747	-0,699800
	Gaya Y	Ton	-1,480031	-1,480000
	Momen	Ton.cm	69,588584	69,588000

Tabel 2. Aksi ujung batang

Uraian	Satuan	Hasil perhitungan		
		MS Excel	SAP 2000	
1 titik 1	Gaya X	Ton	1,4478	1,4478
	Gaya Y	Ton	1,7642	1,7642
	Momen	Ton.cm	272,4240	272,4130
1 titik 3	Gaya X	Ton	-1,4478	1,4478
	Gaya Y	Ton	-0,7642	0,7642
	Momen	Ton.cm	359,665	359,662
2 titik 3	Gaya X	Ton	-1,4800	1,4800
	Gaya Y	Ton	0,6997	-0,6998
	Momen	Ton.cm	140,3354	-140,3380
2 titik 2	Gaya X	Ton	1,4800	1,4800
	Gaya Y	Ton	-0,6997	-0,6998
	Momen	Ton.cm	69,5886	69,5880

Dari hasil perhitungan didapat simpangan rata rata terhadap hasil SAP 2000 :

- Perpindahan titik kumpul = 0,009 %
- Reaksi perletakan = 0,012 %
- Aksi ujung batang = 0,003 %

KESIMPULAN

Metode kekakuan berbantuan excel dengan penggunaan yang efektif dapat digunakan menghitung struktur portal bidang. Keuntungan tambahan, secara otomatis menampilkan tahapan perhitungan .

Perbandingan hasil perhitungan dengan menggunakan Program alternatif berorientasi MS Excel dan SAP 2000, menghasilkan simpangan kecil. Walaupun demikian, perlu dilakukan pengujian untuk struktur dengan derajat kinematis besar.

DAFTAR PUSTAKA

- Anonim, Manual program SAP 2000 Static and Dynamic Finite Element Analysis of Structures Advanced Version 14.2.2 Copyright 1978-2010 , A product of Computer and Structures, Inc. 1995 University Ave., Berkeley, CA.
- Nasution, A, 2009, Metode Matriks Kekakuan Analisis Struktur, Penerbit ITB
- Shephard, R, 2010, Excel 2007 VBA Macro Programming, Copyright 2010, The McGraw-Hill Company, USA
- Siegfried, M Holzer, 1985, Computer Analysis of Structures, Elsevier Science Publishing Co. Inc. , NY
- Suhendro, Bambang, 2000, Analisis Struktur Metode Matriks, Edisi 2, Beta Offset, Yogyakarta
- Susastrawan, Analisa Struktur dengan Cara Matriks, 1991, Penerbit ANDI OFFSET, Jogjakarta.
- Weaver, J Jr and Gere, W , 1980, Matrix Analysis of Framed Structures, Second Edition, D. Van Nostrand Company, New York, USA