Taksiran Distribusi *Aggregate Loss* Asuransi Mobil Menggunakan *Fast Fourier Transform* (FFT) dalam Menentukan Premi Murni

Tohap Manurung[1*], Mans Mananohas[2]

[1,2] Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Sam Ratulangi Manado

*corresponding author email **: kris_ton79@yahoo.com**

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk menentukan taksiran distribusi *aggregate loss*. Dalam hal ini, a*ggregate loss* merupakan total kerugian dalam periode satu tahun yang dialami oleh pemegang polis yang ditanggung suatu perusahaan asuransi. Dalam tesis ini, ditentukan taksiran premi murni dan simpangan baku *aggregate loss* berdasarkan hasil taksiran fungsi peluang *aggregate loss* yang diperoleh. Model distribusi *aggregate loss* yang digunakan adalah distribusi *compound* frekuensi klaim dan besar klaim. Untuk data yang digunakan sebagai studi kasus, banyak klaim mengikuti distribusi *Poisson* dengan λ = 0,0922 dan besar klaim mengikuti distribusi Lognormal dengan μ = 14,2962 dan σ = 1.1383. Dalam menentukan taksiran fungsi peluang *aggregate loss* dengan model distribusi *compound* tersebut, digunakan metode Invers dengan algoritma *Fast Fourier Transform* (FFT). FFT merupakan suatu algoritma yang dapat digunakan untuk menginverskan fungsi karakteristik sehingga diperoleh peluang peubah acak diskrit. Fungsi karakteristik selalu ada dan *unique*. FFT merupakan metode yang hanya berlaku untuk distribusi diskrit. Oleh karena itu, distribusi besar klaim yang kontinu harus diubah ke dalam bentuk distribusi diskrit yang disebut distribusi aritmatika. Distribusi aritmatika ditentukan menggunakan metode pembulatan (*Rounding method*). Dari hasil analisis menggunakan metode FFT, untuk data yang digunakan, diperoleh ekpektasi *aggregate loss* atau premi murni sebesar Rp284.860,- dan simpangan baku sebesar Rp1.780.000,-. Analisis menggunakan metode FFT dalam penelitian ini menggunakan bantuan perangkat lunak Matlab.

Kata kunci: *Aggregate loss, compound distribution, convolution, fast fourier transform*

Estimated Distribution of Aggregate Loss on Car Insurance using Fast Fourier Transform (FFT) in Determining Premiums Pure

Abstract

This research aims to determine the estimate of aggregate loss distribution. In this case, the aggregate loss is a total loss within one year period experienced by policyholders insured by an insurance company. The determination of the distribution of the aggregate loss is used to determine the pure premium. The model for the aggregate loss is a compound model of claims frequency and claims severity distributions. For the data used in this thesis, the number of claims follow a Poisson distribution with λ = 0,0922 and the severity follows a lognormal distribution with μ = 14,2962 and σ = 1.1383. In determining the estimate of aggregate loss probability function, an inversion method with Fast Fourier Transform (FFT) is used. FFT is an algorithm that can be used for inverting characteristic functions to obtain probability function of a discrete random variable. The characteristic function always exists and unique. FFT can only be applied to a discrete distribution. Since the distribution of severity is continuous then it need to be transformed into a discrete form called arithmetic distribution. Arithmetic distribution is determined by using rounding method. Using FFT, applied to the data used as the case study, it is found that the pure premium amounted to Rp284,860.00 and the standard deviation is Rp1,780,000.00. Matlab 7.0 is used to carry out the programming in the research.

Keyword: Aggregate loss, compound distribution, convolution, fast fourier transform

1. Pendahuluan

Pada perusahaan asuransi, khususnya asuransi umum terdapat dua hal penting yang harus diperhatikan dalam mengelola perusahaan asuransi tersebut, yakni bagaimana menentukan premi yang tepat dibebankan terhadap tertanggung (*insured*) dan besar cadangan (*reserves*) perusahaan dalam menangani klaim. Dalam menaksir kedua hal tersebut untuk periode tertentu, perusahaan perlu memiliki data klaim (kerugian) periode sebelumya yang diajukan tertanggung kepada perusahaan. Berdasarkan data-data klaim tersebut perusahaan dapat menghitung estimasi distribusi total klaim untuk periode berikutnya sebagai dasar penentuan premi murni. Total kerugian inilah yang disebut dengan *aggregate loss*. [1]

Penelitian ini bertujuan untuk menentukan taksiran distribusi *aggregate loss*. Distribusi *aggregate loss* merupakan distribusi peluang total besarnya kerugian menurut polis asuransi. Distribusi *aggregate loss* terdiri dari distribusi frekuensi dan distribusi *severity*, sehingga distribusi ini disebut juga distribusi compound (*compound distribution*). Dalam hal ini, distribusi frekuensi yang dimaksud adalah distribusi banyaknya klaim (*numbers of claim*) pada suatu periode tertentu, dan distribusi *severity* adalah distribusi besar klaim.

Yang menjadi permasalahan adalah bagaimana menaksir distribusi *aggregate loss*. Pada saat ini, salah satu metode yang digunakan dalam menaksir distribusi *aggregate loss* adalah metode Invers. Tujuan dari metode Invers adalah untuk memperoleh distribusi secara numerik dari fungsi karakteristik. Metode Invers terdiri dari dua algoritma yaitu *Fast Fourier Transform* dan *Direct Numerical Inversion*. Namun dalam tesis ini, algoritma yang digunakan dalam menaksir distribusi *aggregate loss* adalah *Fast Fourier Transform* (FFT). FFT merupakan algoritma yang digunakan untuk menginverskan fungsi karakteristik untuk memperoleh peluang peubah acak diskrit. Algoritma FFT mengasumsikan bahwa model distribusi banyak klaim *N* dan distribusi besar klaim individu *X* sudah diketahui, sehingga algoritma FFT akan menentukan taksiran distribusi *aggregate loss* S (distribusi total klaim) yang merupakan model *collective risk* [2],

$$S = X_1 + X_2 + \ldots + X_N .$$

Dalam penelitian ini penulis menggunakan data suatu perusahaan asuransi mobil pada periode satu tahun sebagai studi kasus untuk masalah di atas. Data asuransi mobil tersebut sudah dianalisis sebelumnya [3]. Berdasarkan hasil penelitiannya untuk data tersebut, diperoleh bahwa model yang cocok untuk distribusi banyak klaim adalah *Poisson* ($\lambda = 0{,}0922$) dan untuk distribusi besar klaim adalah Lognormal ($\mu = 14{,}2962,\ \sigma = 1{,}1383$) [3]. Penulis akan menggunakan model distribusi ini untuk menentukan taksiran distribusi *aggregate loss* asuransi mobil tersebut menggunakan metode FFT

2. Distribusi *Compound*

Suatu kelas distribusi yang lebih besar dapat dibentuk melalui proses *compounding* dua distribusi. Misalkan $P_N(z)$ adalah fungsi pembangkit peluang peubah acak primer *N* (*primary distribution*) dan $P_M(z)$ adalah fungsi pembangkit peluang peubah acak sekunder *M* (*secondary distribution*). Maka fungsi pembangkit peluang *compound distribution* dari kedua peubah acak tersebut dapat dituliskan sebagai

$$P(z) = P_N[P_M(z)],$$

Distribusi yang terbentuk dinamakan distribusi *compound*. Distribusi *compound* dapat dibentuk dengan cara sebagai berikut.

Misalkan *N* suatu peubah acak berdistribusi *counting* yang memiliki fungsi pembangkit peluang $P_N(z)$. Misalkan M_1, M_2, …, peubah acak yang berdistribusi identik dan saling bebas dengan fungsi pembangkit peluang $P_M(z)$. Dengan mengasumsikan bahwa peubah acak M_j tidak bergantung pada *N*, fungsi pembangkit peluang dari jumlah acak $S = M_1 + M_2 + \ldots + M_N$ (di mana $N = 0$ mengakibatkan $S = 0$) adalah $P_S(z) = P_N[P_M(z)]$. Dapat ditunjukkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} P_S(z) &= \sum_{k=0}^{\infty} \Pr(S = k)\, z^k \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \Pr(S = k \mid N = n) \Pr(N = n)\, z^k \end{aligned}$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \Pr(N=n) \sum_{k=0}^{\infty} \Pr(M_1+...+M_n = k \mid N=n)\, z^k$$
$$= \sum_{n=0}^{\infty} \Pr(N=n)\,[P_M(z)]^n$$
$$= P_N\,[P_M(z)]$$

Selanjutnya peluang dari $S = k$ dapat ditulis sebagai berikut

$$\Pr(S=k) = \sum_{n=0}^{\infty} \Pr(S=k \mid N=n)\Pr(N=n)$$
$$= \sum_{n=0}^{\infty} \Pr(M_1+...+M_N = k \mid N=n)\Pr(N=n)$$
$$= \sum_{n=0}^{\infty} \Pr(M_1+...+M_n = k)\Pr(N=n)$$

Dengan memisalkan

$$g_n = \Pr(S=n),\ p_n = \Pr(N=n) \text{ dan } f_n = \Pr(M=n)$$

diperoleh

$$\Pr(S=k) = g_k = \sum_{n=0}^{\infty} p_n\, f_k^{*n}$$

di mana f_k^{*n} , k = 0, 1, …, adalah konvolusi lipatan-*n* dari f_k , dengan k = 0, 1, …, yaitu peluang dari jumlah *n* buah peubah acak yang berdistribusi identik dan saling bebas dengan fungsi peluang f_k [2].

3. Model *Compound for Aggregate Loss*

Misalkan S menyatakan *aggregate loss* dan memenuhi asumsi-asumsi di atas. Peubah acak *S* memiliki fungsi distribusi

$$F_S(x) = \Pr(S \le x)$$
$$= \sum_{n=0}^{\infty} \Pr(S \le x \mid N=n).p_n$$
$$= \sum_{n=0}^{\infty} p_n\, F_X^{*n}(x)\ ,$$

di mana $F_X(x) = \Pr(X \le x)$ adalah *common distribution function* dari *X* dan $p_n = \Pr(N=n)$. F_X^{*n} adalah konvolusi lipatan ke-*n* dari fungsi distribusi *X*. Konvolusi lipatan-*n* diperoleh sebagai berikut

$$F_X^{*0}(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ 1, & x \ge 0, \end{cases}$$

dan

$$F_X^{*k}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F_X^{*(k-1)}(x-y)\; d\,F_X(y) \text{ untuk } k = 1,2, . . .$$

Jika *X* adalah peubah acak kontinu dengan fungsi kepadatan peluang terdefinisi pada bilangan tak negatif, maka

$$F_X^{*k}(x) = \int_0^x F_X^{*(k-1)}(x-y)\; f_X(y)\,dy \text{ untuk } k = 2, 3, . . .$$

Untuk k = 1 persamaan ini menghasilkan $F_X^{*1}(x) = F_X(x)$. Dengan cara menurunkan persamaan di atas, diperoleh fungsi kepadatan peluangnya adalah:

$$f_X^{*k}(x) = \int_0^x f_X^{*(k-1)}(x-y)\; f_X(y)\,dy \text{ untuk } k = 2, 3, \ldots$$

Dalam kasus peubah acak diskrit dengan peluang positif pada 0, 1, 2, . . . , maka

$$F_X^{*k}(x) = \sum_{y=0}^{x} F_X^{*(k-1)}(x-y)\; f_X(y) \text{ untuk } x = 0, 1, \ldots, \quad k = 2, 3, \ldots$$

Fungsi kepadatan peluangnya adalah

$$f_X^{*k}(x) = \sum_{y=0}^{x} f_X^{*(k-1)}(x-y)\; f_X(y) \text{ untuk } x = 0, 1, \ldots, \quad k = 2, 3, \ldots$$

Distribusi S persamaan distribusi *compound,* dan fungsi peluang *aggregate loss* nya adalah [2]

$$f_S(x) = \sum_{n=0}^{\infty} p_n\; f_X^{*n}(x).$$

Persamaan ini adalah formula untuk menghitung besar peluang *aggregate loss*. Jika formula tersebut digunakan secara langsung untuk menghitung fungsi peluang *aggregate loss* akan tidak efisien dan sangat rumit terutama untuk ukuran selang k yang besar. Perlu digunakan metode yang lain dalam menyelesaikannya, yaitu *Fast Fourier Transform.*

4. *Fast Fourier Transform*

FFT adalah suatu algoritma yang dapat digunakan untuk menghitung invers dari fungsi karakteristik untuk memperoleh fungsi peluang peubah acak diskrit. Secara teori FFT merupakan bentuk diskrit transformasi Fourier atau fungsi karakteristik. Jika fungsi karakteristik memetakan fungsi kepadatan peluang kontinu terhadap fungsi kontinu nilai kompleks, maka FFT memetakan suatu vektor nilai peluang berukuran n terhadap vektor nilai peluang bilangan kompleks berukuran n. FFT merupakan pemetaan atau fungsi satu-satu n titik terhadap n titik.

Definisi. Misalkan f_x adalah suatu fungsi periodik dengan periode ukuran (*length*) n didefinisikan untuk semua nilai x bilangan bulat tak negatif (yaitu, $f_{x+n} = f_x$ untuk semua nilai x). Untuk vektor $f_0, f_1, f_2, \ldots, f_{n-1}$, *discrete Fourier transform* adalah pemetaan $\tilde{f}_x$, x = 0,1,2, . . . , didefinisikan oleh

$$\tilde{f}_k = \sum_{j=0}^{n-1} f_j \exp\left(\frac{2\pi i}{n} jk\right), \quad k = 0,1,2,\ldots, n-1$$

Pemetaan ini adalah bijektif (pemetaan satu-satu). $\tilde{f}_k$ periodik dengan periode ukuran n.
Pemetaan inversnya adalah

$$f_j = \frac{1}{n} \sum_{j=0}^{n-1} \tilde{f}_k \exp\left(-\frac{2\pi i}{n} kj\right), \quad j = 0,1,2\ldots, n-1$$

Pemetaan invers ini memperoleh kembali nilai fungsi semula [2].

Definisi *dicrete Fourier transform* dapat diperlihatkan sebagai perkalian matriks yang sederhana sebagai berikut

$$\tilde{f}_k = W\, f_j = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & w & w^2 & \vdots & w^{n-1} \\ 1 & w^2 & w^4 & \vdots & w^{2(n-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & w^{n-1} & w^{2(n-1)} & \cdots & w^{(n-1)^2} \end{bmatrix} f_j$$

dimana $W = \exp\left(\frac{2\pi i}{n}\right)$, kemudian invers dari *discrete Fourier transform* adalah

$$f_j = \frac{W^{-1}}{n}\tilde{f}_k = \frac{1}{n}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & w^{-1} & w^{-2} & \vdots & w^{-(n-1)} \\ 1 & w^{-2} & w^{-4} & \vdots & w^{-2(n-1)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & w^{-(n-1)} & w^{-2(n-1)} & \cdots & w^{-(n-1)^2} \end{bmatrix}\tilde{f}_k$$

Karena sifat dasar periodik *f* dan $\tilde{f}$, maka dapat disimpulkan bahwa *discrete Fourier transform* sebagai pemetaan satu-satu dari *n* titik terhadap *n* titik. Untuk menghitung *n* nilai $\tilde{f}_k$, banyak perhitungan yang diperlukan adalah sebanyak n^2 atau disebut juga orde $O(n^2)$. *Fast Fourier transform* (FFT) merupakan algoritma perhitungan yang cukup cepat dengan *n* yang besar. Metode ini dapat mengurangi perhitungan sampai orde $O(n^2 \ln n)$. Sehingga FFT merupakan metode sederhana perhitungan *discrete Fourier transform*.

Pada ukuran (*length*) $n = 2^r$ *discrete Fourier transform* dapat dituliskan sebagai penjumlahan dua *discrete Fourier transform* masing-masing untuk $n/2 = 2^{r-1}$, dimana yang pertama mengandung titik-titik bilangan genap dan yang kedua titik-titik bilangan ganjil.

$$\tilde{f}_k = \sum_{j=0}^{n-1} f_j \exp\left(\frac{2\pi i}{n} jk\right)$$

$$\tilde{f}_k = \sum_{j=0}^{n/2-1} f_{2j} \exp\left(\frac{2\pi i}{n} 2jk\right) + \sum_{j=0}^{n/2-1} f_{2j+1} \exp\left(\frac{2\pi i}{n}(2j+1)k\right)$$

$$\tilde{f}_k = \sum_{j=0}^{m-1} f_{2j} \exp\left(\frac{2\pi i}{m} jk\right) + \exp\left(\frac{2\pi i}{n} k\right) \sum_{j=0}^{m-1} f_{2j+1} \exp\left(\frac{2\pi i}{m} jk\right)$$

Dimana $m = n/2 = 2^{r-1}$, sehingga

$$\tilde{f}_k = \tilde{f}_k^a + \exp\left(\frac{2\pi i}{n} k\right)\tilde{f}_k^b$$

Dengan demikian $\tilde{f}_k^a$ dan $\tilde{f}_k^b$ adalah jumlah transformasi untuk $n/2 = 2^{r-1}$. Ini dapat dilanjutkan terus menerus sampai *r* kali dengan mencapai ukuran selang 1. Dengan menggunakan persamaan diatas kita akan memperoleh transformasi sampai dengan selang 1 melalui perhitungan berturut-turut dengan selang 2, 2^2, 2^3, . . ., 2^r [2].

Sehingga berdasarkan observasi diatas, FFT dapat digunakan jika vektor peluang berukuran $n = 2^r$. Untuk mencapai ukuran selang *n*, dapat dilakukan dengan penambahan elemen bilangan nol (zeros padding) ke bagian kanan. Untuk penyelesaian algoritma ini, dilakukan dengan menggunakan program Matlab .

Misalkan *X* dan *Y* merupakan peubah acak dari fungsi kepadatan peluang f_X dan f_Y. Kemudian konvolusi dari fungsi f_X dan f_Y adalah $(f_X * f_Y)$. Maka fungsi karakteristik konvolusi f_X dan f_Y diperoleh sebagai berikut

$$\begin{aligned} \varphi_{X+Y}(t) &= E[e^{it(X+Y)}] \\ &= E[e^{itX}]\, E[e^{itY}] \\ &= \varphi_X(t)\varphi_Y(t) \end{aligned}$$

dimana *X* dan *Y* saling bebas [4].

5. Algoritma *Fast Fourier Transform* Dalam Menghitung Distribusi *Agregate loss*

Dalam menentukan distribusi *Aggregate loss*, FFT digunakan untuk menginverskan fungsi karakteristik ketika proses pendiskritan distribusi *severity* sudah selesai. Pada sub bab sebelumnya diperoleh model *Aggregate loss* adalah sebagai berikut

$$S = X_1 + X_2 + \dots + X_N$$

Dan mempunyai fungsi peluang

$$f_S(x) = \sum_{n=0}^{\infty} p_n \; f_X^{*n}(x).$$

Dapat ditentukan fungsi karakteristiknya

$$\begin{aligned}\varphi_S(t) &= E[e^{itS}] \\ &= E_N[E(e^{it(X_1+\ldots+X_N)} \mid N)] \\ &= E_N[\varphi_X(t)]^N \\ &= P_N[\varphi_X(t)]\end{aligned}$$

dimana P_N adalah fungsi pembangkit peluang N.
Oleh karena itu dapat dihitung distribusi *aggregate loss* dengan menggunakan algoritma FFT dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Mengubah distribusi *severity* dari bentuk kontinu ke bentuk diskrit. Menentukan nilai h sebagai pengali (*monetary unit*) berdasarkan interval yang mungkin dari distribusi *severity*. Misalkan $f_X(0), f_X(1),..., f_X(m-1)$ menyatakan distribusi claim *severity* yang diskrit. Tambahkan nol (*zero padding*) ke sebelah kanan vektor peluang *severity* sehingga vektor peluang *severity* menjadi $f_X(0), f_X(1),..., f_X(n-1)$
2. Ambil $n = 2^r$, untuk r bilangan bulat dan n merupakan banyaknya titik yang diinginkan dalam distribusi $f_S(x)$ yaitu *aggregate loss*
3. Applikasikan FFT terhadap vektor peluang *severity* yang sudah diubah dalam bentuk diskrit untuk memperoleh fungsi karakteristik yaitu $\varphi_X(z) = FFT(f_X)$. Hasilnya juga sebuah vektor berukuran $n=2^r$.
4. Transformasikan vektor sebelumnya menggunakan transformasi fungsi pembangkit peluang dari distribusi frekuensi klaim dan memperoleh $\varphi_S(z) = P_N[\varphi_X(z)]$, dimana fungsi karakteristiknya yaitu *discrete Fourier transform* distribusi klaim *aggregate*, sebuah vektor berukuran $n= 2^r$.
5. Aplikasikan *Inverse Fast Fourier Transform* (IFFT) untuk memperoleh distribusi *aggregate loss* yaitu $f_S = I\,FFT(\varphi_S(z))$. Hal ini akan menghasilkan sebuah vektor berukuran $n = 2^r$ yang menyatakan distribusi eksak klaim *aggregate* untuk model *severity* yang diubah dalam bentuk diskirt.

Pada langkah-langkah diatas dapat diperhatikan bahwa prosedur FFT memerlukan suatu diskritisasi distribusi *severity*. Jika banyak titik dalam distribusi *severity* kurang dari $n = 2^r$, elemen vektor distribusi *severity* harus ditambahkan dengan nilai nol sampai titiknya mencapai n.
Jika distribusi *severity* menempatkan peluang nilai melebihi $x = n$, peluang yang hilang pada bagian kanan tail yang melebihi n dapat memunculkan suatu kesalahan(error) dalam hasil akhir karena fungsi dan transformasinya diasumsikan periodik dengan periode n, meskipun dalam kenyataannya tidak periodik. Disarankan untuk memasukkan semua peluang yang tersisa pada titik akhir pada $x= n$ sehingga peluangnya tepat berjumlah 1. Hal ini membolehkan sifat periodik digunakan untuk distribusi *severity* pada algoritma FFT dan menjamin bahwa himpunan hasil akhir peluang *aggregate* akan bernilai positif dan berjumlah 1. Namun, sangat penting diperhatikan, bahwa n yang akan dipilih cukup besar sehingga dapat menunjukkan hampir semua peluang *aggregate* terjadi oleh titik n [2].

6. Metodologi Penelitian

Model distribusi *aggregate loss* pada penelitian ini adalah model distribusi *compound* distribusi banyak klaim dan distribusi besar klaim. Dari model distribusi *compound* tersebut ditentukan fungsi kepadatan peluang dengan menggunakan metode FFT. Dalam melakukan analisis, digunakan software MATLAB . Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder yaitu data banyak klaim dan besar klaim asuransi mobil dalam periode satu tahun.

7. Hasil dan Pembahasan

7.1. Perhitungan Taksiran Distribusi *Aggregate Loss*

Pada pembahasan ini *aggregate loss* dinyatakan dalam peubah acak S, dimana S merupakan penjumlahan dari seluruh besar klaim atau dapat ditulis sebagai $S = X_1 + X_2 + \ldots + X_N$. [1]. Persamaan ini disebut juga model *collective risk*. Pada sub bab sebelumnya telah diketahui bahwa distribusi dari peubah acak N yang menyatakan banyak klaim adalah Poisson dan distribusi dari peubah acak X yang menyatakan besar klaim individu adalah Lognormal, sehingga peubah acak S yang menyatakan *aggregate loss* berdistribusi *compound* Poisson-Lognormal.
Dari hasil algoritma dengan menggunakan Program Matlab, diperoleh bahwa peluang *aggregate loss* bernilai nol sangat besar yaitu 0,91192. Hal ini menyatakan bahwa sangat banyak pemegang polis tidak mengajukan klaim sehingga peluang perusahaan asuransi tidak menanggung klaim, sangat besar dalam satu periode. Sementara peluang *aggregate loss* untuk $j > 0$, cukup kecil. Berikut ditampilkan output program Matlab dengan algoritma FFT untuk peluang *aggregate loss* pada titik s= 0,...,(262144-1).

Tabel 1. Output perhitungan fungsi peluang a*ggregate loss*

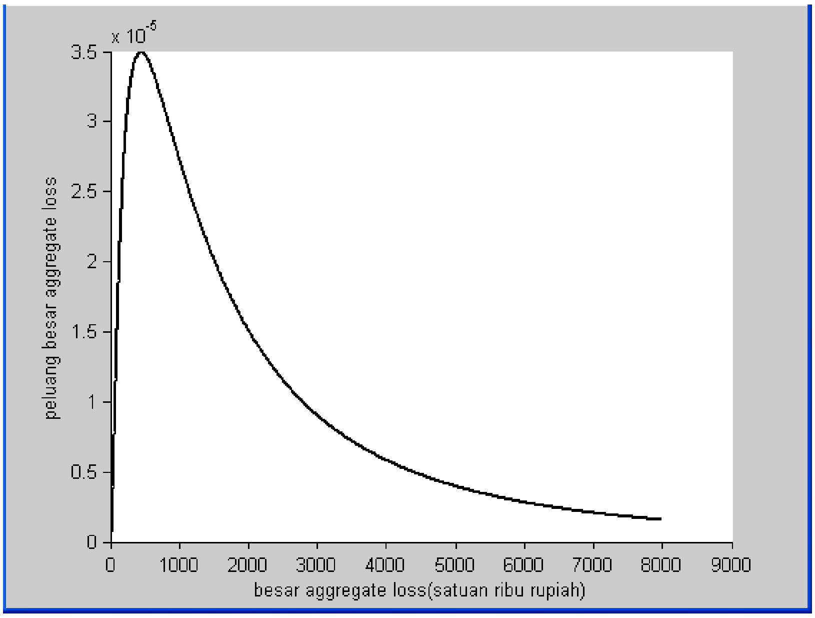
Array Editor - fs

	1
1	0.91192
2	3.5878e-011
3	5.1148e-010
4	2.4112e-009
5	6.9126e-009
6	1.5102e-008
7	2.7883e-008
8	4.5964e-008
9	6.9877e-008
10	1e-007
11	1.3659e-007
12	1.7979e-007
13	2.2967e-007
14	2.8623e-007
15	3.4942e-007
16	4.1913e-007
17	4.9524e-007
18	5.776e-007
19	6.6603e-007
20	7.6035e-007
21	8.6036e-007
22	9.6585e-007
23	1.0766e-006

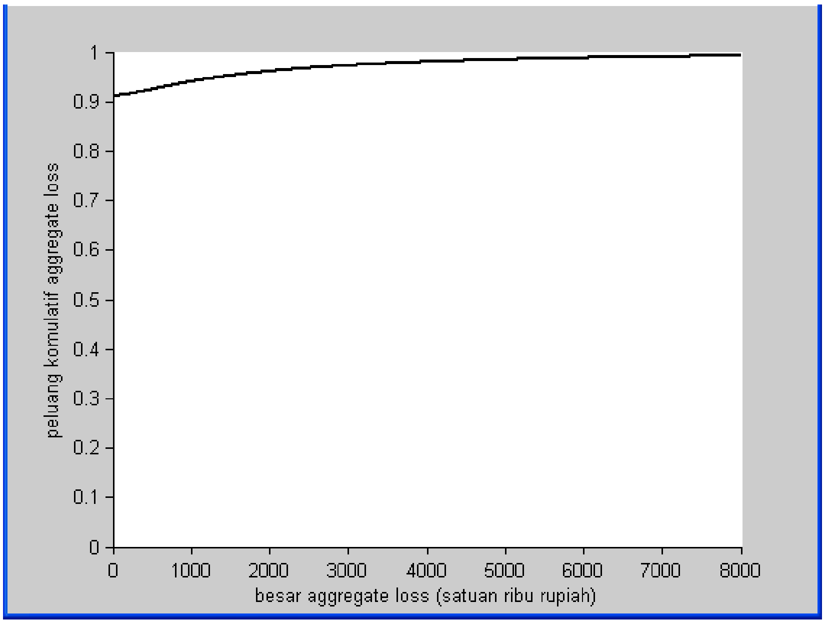
Peluang *aggregate loss* ditampilkan hanya sebagian karena sangat banyak halaman yang dibutuhkan untuk menampilkan semua titik.
Fungsi distribusi dari *aggregate loss* dapat diperoleh dengan menggunakan definisi dari fungsi distribusi yaitu

$$F_S(x) = \sum_{j=0}^{x} f_S(j)$$

Peluang dari *aggregate loss* nol sangat besar yaitu 0,91192, dan untuk fungsi distribusi di titik-titik lainnya tentunya lebih besar dari 0,91192. Semakin besar *aggregate loss*, nilai fungsi distribusi akan semakin mendekati 1.



Gambar 1. Grafik fungsi peluang untuk *aggregate loss* yang lebih besar nol



Gambar 2. Grafik fungsi distribusi *aggregate loss*

7.2. Menghitung Premi Murni dan Simpangan Baku Aggregate Loss

Setelah menggunakan langkah- langkah pada algoritma, maka diperoleh taksiran fungsi peluang *aggregate loss* seperti yang ditunjukkan pada tabel 1. Berdasarkan hasil tersebut dapat ditentukan nilai taksiran ekpektasi (premi murni/*pure premium*) dan simpangan baku *aggregate loss*. Premi murni atau ekpektasi *aggregate loss* adalah

$$E(S) = \sum_{s=0}^{262143} s.f(s)$$

Varians dan simpangan baku (standard deviation) *aggregate loss* adalah

$$Var(S) = E(S^2) - [E(S)]^2.$$

$$Simpangan\,baku = \sqrt{Var(S)}$$

Dengan menggunakan program Matlab diperoleh nilai premi murni sebesar Rp284.860, variansi sebesar Rp 3.168.300.000 dan simpangan baku sebesar Rp1.780.000.

8. Kesimpulan Dan Saran

Berdasarkan hasil penelitian ini, dapat diambil beberapa kesimpulan yaitu:

1. Peluang *aggregate loss* bernilai nol rupiah sangat besar yaitu $f_S(0) = 0{,}91192$. Hal ini menunjukkan bahwa cukup banyak pemegang polis tidak mengajukan klaim.
2. Nilai peluang *aggregate loss* yang diperoleh dengan menggunakan *Fast Fourier Transform* menghasilkan nilai premi murni atau ekpektasi *aggregate loss* sebesar Rp 284.860, variansi sebesar Rp3.168.300.000 dan simpangan baku sebesar Rp 1.780.000.

Dari analisis yang dilakukan dalam penelitian ini, penggunaan metode FFT dapat menentukan taksiran distribusi *aggregate loss* dan sekaligus memperoleh ekpektasi (*net premium*) dan simpangan baku (*standart deviation*) *aggregate loss*. Penghitungan taksiran distribusi *aggregate loss* melalui metode FFT dengan bantuan Matlab cukup cepat untuk ukuran *n* yang besar. Disarankan bahwa n yang akan dipilih adalah tepat, sehingga peluang *aggregate loss* yang diperoleh tepat berjumlah satu. Oleh karena itu metode ini bisa menjadi alternatif lain yang cukup baik dalam menentukan taksiran *aggregate loss* yang ditanggung suatu perusahaan asuransi.

9. Daftar Pustaka

[1] Prima, R. 2009. *Analisis Aggregate Loss Asuransi Mobil*. Tugas Akhir Sarjana Program Studi Matematika FMIPA Institut Teknologi Bandung.

[2] Klugman, S. A., H.H. Panjer, dan G.E.Willmot. 2004. *Loss Models from Data to Decisions*. Second Edition. New Jersey: John Wiley & Sons.

[3] Sarsono, A.R. 2009. *Analisis Data Total Klaim untuk Menentukan Risk Premium pada Asuransi Mobil*. Tugas Akhir Sarjana Program Studi Matematika FMIPA Institut Teknologi Bandung.

[4] Ross, S. 1997. *A first Course in Probability*, Fifth Edition. University of California, Barkeley.