Jurnal Matematika dan Aplikasi
deCartesiaN
ISSN:2302-4224
Journal homepage: https://ejournal.unsrat.ac.id/index.php/decartesian
deCartesiaN

Analisis Prediksi IHSG Berdasarkan Kurs Beli IDR-USD Melalui Regresi Copula

Nia Lestari Arisandi[1], Didit Budi Nugroho[1], Leopoldus Ricky Sasongko[1]*

[1]Program Studi Matematika–Fakultas Sains dan Matematika–Universita Kristen Satya Wacana, Jln. Diponegoro No. 52-60, Salatiga 50711, Indonesia
*Corresponding author : leopoldus.sasongko@staff.uksw.edu.

ABSTRAK

Analisis prediksi merupakan langkah penting yang perlu dilakukan untuk menganalisis suatu model prediksi. Suatu model prediksi ditentukan untuk suatu tujuan guna memperoleh perkiraan nilai dari suatu pengamatan di masa depan. Pada umumnya, model prediksi diperoleh melalui metode regresi. Dalam paper ini, model prediksi yang dibahas adalah model yang diperoleh melalui metode regresi dan yang melibatkan fungsi yang disebut copula (bivariat), yang kemudian model ini disebut model regresi copula. Copula merupakan suatu fungsi distribusi gabungan yang dapat digunakan untuk menganalisis kebergantungan peubah-peubah acak dalam struktur yang digambarkan oleh fungsi copula itu sendiri. Fungsi-fungsi copula yang variatif mampu memberikan banyak pilihan model-model regresi copula. Data yang dikaji dalam paper ini adalah data *return* IHSG dan *return* Kurs Beli IDR-USD, yang kemudian kedua data tersebut dimodelkan melalui model regresi copula. Ukuran kebergantungan kedua data *return* dapat dinyatakan oleh Kendall's *Tau* dan Spearman's *Rho*. Parameter yang dimiliki copula diestimasi melalui nilai Kendall's *Tau* atau Spearman's *Rho* yang diperoleh dari kedua data *return* sehingga tiap copula memiliki kemungkinan untuk memodelkan kedua data *return* berdasarkan parameter yang telah diestimasi dari cara tersebut. Model regresi copula diperoleh dari ekspektasi bersyarat yang dimiliki copula untuk peubah *return* IHSG bergantung pada peubah *return* Kurs Beli IDR-USD yang mana perolehan nilai prediksi *return* IHSG yang bergantung pada nilai *return* Kurs Beli IDR-USD dihitung dengan menggunakan metode Monte Carlo. Model regresi copula terbaik dari hasil pembahasan dalam paper ini adalah model regresi copula Frank dengan distribusi marginal *return* IHSG adalah distribusi Laplace dan marginal *return* Kurs beli IDR-USD adalah distribusi Normal. Model regresi copula Frank tersebut terpilih menjadi yang terbaik berdasarkan dari *error* nilai prediksi terhadap data *return* IHSG yang bergantung pada *return* Kurs Beli IDR-USD relatif kecil dibandingkan dengan model regresi copula lain yang dibahas dalam paper ini.

INFO ARTIKEL

Diterima : 23 April 2018
Diterima setelah revisi : 9 Mei 2018
Tersedia *online* : 30 Juli 2018

Kata Kunci :
Prediksi,
Copula,
Ukuran Kebergantungan,
Kurs dan IHSG,
Monte Carlo.

1. PENDAHULUAN

Indeks harga saham gabungan (IHSG) merupakan suatu indikator yang dapat menggambarkan perkembangan harga saham secara keseluruhan di Indonesia. IHSG dapat menggambarkan keadaan dan stabilitas perekonomian Indonesia. Menurut [1] faktor-faktor yang dapat mempengaruhi kenaikan atau penurunan IHSG adalah peubah-peubah makroekonomi seperti nilai tukar mata uang atau kurs, tingkat suku bunga, tingkat inflasi, serta berbagai regulasi dan deregulasi ekonomi.

Kurs rupiah terhadap valuta asing (valas) adalah perbandingan nilai mata uang rupiah terhadap nilai mata uang negara lain. Kurs rupiah terhadap valas menjadi salah satu faktor yang mempengaruhi volatilitas return harga saham-saham di BEI. Fluktuasi harga saham suatu perusahaan emiten BEI yang disebabkan oleh penguatan atau pelemahan kurs rupiah terhadap valas tentu mempengaruhi IHSG. Secara tidak langsung, penguatan atau pelemahan kurs rupiah terhadap valas memiliki pengaruh terhadap kenaikan atau penurunan IHSG sehingga analisis hubungan kedua hal tersebut penting untuk diteliti.

Kebergantungan dua peubah dapat dijelaskan melalui metode regresi. Melalui regresi pula, prediksi pada suatu peubah dapat dilakukan berdasarkan peubah lain. Analisis regresi yang dapat digunakan salah satunya adalah analisis regresi copula. Copula merupakan suatu fungsi distribusi gabungan yang dapat digunakan untuk menganalisis kebergantungan peubah-peubah acak dalam struktur yang digambarkan oleh fungsi copula itu sendiri, sehingga analisis prediksi suatu peubah terhadap peubah yang lain dapat dilakukan melalui regresi copula (copula regression). Model regresi copula dapat ditentukan melalui metode ekspektasi bersyarat berbasis copula. Melalui model regresi copula, analisis prediksi peubah satu terhadap peubah yang lain dapat dilakukan.

Paper ini membahas IHSG dan kurs beli IDR (Indonesian Rupiah) terhadap valas sebagai peubah-peubah yang memiliki kebergantungan satu terhadap yang lain. Valuta asing yang menjadi acuan dalam penelitian adalah USD (*United States Dollar*) karena sebagian besar aktivitas perdagangan internasional Indonesia merupakan kerjasama dengan Amerika (*United States of America*) sehingga kurs beli IDR-USD adalah kurs yang sering menjadi patokan dalam menilai perekonomian Indonesia. Copula berperan sebagai fungsi distribusi gabungan dari IHSG dan kurs beli IDR-USD. Analisis prediksi IHSG berdasarkan kurs beli IDR-USD dilakukan dengan melibatkan model regresi copula. Data pengamatan yang digunakan dalam paper ini adalah data IHSG dan kurs beli IDR-USD dalam rentang waktu selama dua tahun dari bulan Juli 2015 hingga Juni 2017.

Beberapa penelitian sebelumnya telah membahas tentang copula baik dalam mencari kebergantungan antar dua peubah maupun melakukan prediksi. Salah satu penelitiannya dilakukan oleh Darwis [2], yang membahas tentang analisis hubungan dan prediksi IHSG dengan menggunakan faktor makroekonomi melalui pendekatan copula. Faktor makroekonomi yang digunakan meliputi tiga jenis yaitu Inflasi, Nilai Tukar, dan Suku Bunga. Dalam pendugaan parameternya Darwis menggunakan pendekatan Kendall's *tau*. Selain Darwis, Oktavina [3] juga membahas penelitian tentang copula yaitu tentang model prediksi berbasis copula. Berbeda dengan Darwis [2], Oktavina [3] menggunakan 3 jenis ukuran kebergantungan yaitu *Pearson's Correlation Coefficient*, *Kendall's Tau*, dan *Spearman's Rho*.

Tujuan dari dilakukannya paper ini adalah memperoleh model prediksi IHSG berdasarkan kurs beli IDR-USD melalui regresi copula. Setelah memperoleh model prediksi IHSG maka dilakukan analisis prediksi IHSG berdasarkan kurs beli IDR-USD.

2. Stasioneritas

Stasioner mempunyai arti tidak adanya perubahan drastis pada data. Data dapat dinyatakan stasioner apabila mempunyai rata-rata dan variansi yang konstan. Jika data tidak stasioner maka harus dilakukan proses transformasi data agar diperoleh data yang stasioner. Pengujian stasioneritas data dapat dilakukan dengan mengamati plot data *time series* maupun dapat dilihat dari nilai *autocorrelation* pada plot *Autocorrelation Function* (ACF).

3. Transformasi Data

Dalam suatu analisis apabila data yang digunakan tidak stasioner maka harus dilakukan transformasi data sehingga data menjadi stasioner. Transformasi data merupakan proses mengubah skala data asli menjadi skala yang berbeda sehingga data bisa memenuhi asumsi yang mendasari analisis dengan begitu data siap untuk dianalisis. Salah satu transformasi data yang sering digunakan dalam analisis bidang keuangan adalah transformasi *return*. Untuk melakukan transformasi *return* dapat dilakukan dengan persamaan

$$x_t = -ln\frac{Kurs_t}{Kurs_{t-1}} \tag{1}$$

$$y_t = ln\frac{IHSG_t}{IHSG_{t-1}} \tag{2}$$

dimana $Kurs_t$ menunjukkan nilai kurs pada saat t dan $IHSG_t$ menunjukkan IHSG pada saat t.

4. Ukuran Kebergantungan Data Bivariat

Berdasarkan [1] salah satu faktor yang mempengaruhi terjadinya fluktuasi IHSG adalah Kurs, maka untuk mengetahui hubungan antara IHSG dan Kurs digunakan dua jenis ukuran kebergantungan yaitu *Kendall's rank correlation* dan *Spearman's rank correlation*.

Berdasarkan [4] *Kendall's rank correlation* adalah ukuran kebergantungan dua peubah yang diperoleh dari selisih antara peluang *concordant* dengan peluang *discordant*. Misalkan c menunjukkan jumlah pasangan yang *concordant* dan d menunjukkan jumlah pasangan yang *discordant*, maka Kendall's *tau* untuk sampel sebanyak *n* didefinisikan oleh

$$\tau = \frac{c-d}{c+d} = (c-d)\Big/\binom{n}{2} \tag{3}$$

Sedangkan, Spearman's *rho* dapat diperoleh dengan menghitung selisih antara probabilitas *concordant* dengan probabilitas *discordant*. Untuk semua *n* bilangan bulat yang berbeda dan menyatakan peringkat data, Spearman's *rho* dapat dihitung melalui persamaan

$$\rho = 1 - \frac{6\sum d_i^2}{n(n^2-1)} \tag{4}$$

di mana $d_i = rank(x_i) - rank(y_i)$ adalah perbedaan antara dua peringkat dari setiap pengamatan.

5. *Goodness of Fit Test*

Uji *Goodness of fit* menjadi bagian penting dalam paper ini, karena digunakan untuk pendugaan parameter IHSG dan Kurs Beli IDR-USD. Ini dikarenakan Uji *Goodness of fit* dapat mengukur tingkat kesesuaian antara suatu distribusi data penelitian

dengan suatu distribusi data tertentu. Langkah-langkah dalam Uji *Goodness of fit* adalah dengan melakukan estimasi parameter distribusi dan uji kecocokan distribusi melalui metode teoritis tertentu. Estimasi parameter distribusi dilakukan dengan metode *Maximum*
Likelihood Estimation (MLE) yang dapat dilihat pada [5], sedangkan untuk uji kecocokan distribusi dilakukan dengan metode Kolmogorov-Smirnov yang dapat dilihat pada [5].

6. Copula

Menurut [4] Copula (bivariat) merupakan fungsi distribusi bivariat dengan marginal-marginalnya berdistribusi seragam di [0,1]. Secara matematis copula C dinyatakan oleh

$$C(u,v) = Pr[U \le u, V \le v] \tag{4}$$

Misalkan dua peubah acak kontinu X dan Y memiliki fungsi distribusi berurutan F dan G, maka dapat dibentuk peubah acak baru yaitu $U = F(X)$ dan $V = G(Y)$. Berdasarkan teorema Sklar [4] fungsi distribusi bivariat X dan Y didefinisikan oleh

$$\begin{aligned} H(x,y) &= \Pr[X \le x, Y \le y] \\ &= \Pr[F(X) \le F(x), G(Y) \le G(y)] \\ &= \Pr[U \le u, V \le v] \\ &= C(u,v) \end{aligned} \tag{5}$$

untuk suatu copula C. Jika H adalah fungsi distribusi bivariat dengan fungsi distribusi marginal (margin) F dan G, maka terdapat suatu copula C untuk semua (x,y) sedemikian hingga

$$H(x,y) = C\big(F(x), G(y)\big) \tag{6}$$

Fungsi kepadatan peluang atau p.d.f (probability density function) bivariat yang berkorespondensi dengan copula C dapat dinyatakan dalam

$$h(x,y) = f(x)g(y)c\big(F(x), G(y)\big) \tag{7}$$

dimana

$$c(u,v) = \frac{\partial^2 C(u,v)}{\partial u \partial v} \tag{8}$$

adalah fungsi densitas copula, dengan $c(u,v) = 1$, jika X dan Y saling bebas begitu pula sebaliknya.

Berdasarkan [4], ukuran kebergantungan antara dua peubah acak yang berkaitan dengan copula C yaitu Kendall's *tau* (τ) dan Spearman's *rho* (ρ). Kendall's *tau* dalamkaitannya dengan copula C didefinisikan oleh

$$\tau = 4 \iint_{I^2} C(u,v) dC(u,v) - 1 \tag{9}$$

Sedangkan Spearman's *rho* untuk X dan Y dalam kaitannya dengan copula C berdasarkan [4] didefinisikan oleh

$$\rho = 12 \iint_{I^2} C(u,v) du dv - 3 \tag{10}$$

Selanjutnya akan dijelaskan **properti bersyarat** yang kaitannya dengan copula meliputi fungsi densitas peluang bersyarat, fungsi distribusi bersyarat, dan ekspektasi bersyarat berdasarkan pada [4].

Fungsi densitas peluang $Y = y$ bersyarat $X = x$ yaitu $k(y|x)$ dan dalam kaitannya dengan copula berdasarkan [6] adalah

$$\begin{aligned} k(y|x) = Pr[Y = y | X = x] &= \frac{Pr[X = x, Y = y]}{Pr[X = x]} \\ &= \frac{h(x,y)}{f(x)} \\ &= \frac{c\big(F(x),G(y)\big)f(x)g(y)}{f(x)} = \\ &c\big(F(x), G(y)\big)g(y) \end{aligned} \tag{11}$$

lalu fungsi distribusi Y bersyarat $X = x$ yaitu $K(y|x)$ dan dalam kaitannya dengan copula diperoleh dari

$$\begin{aligned} K(y|x) = Pr[Y \le y | X \le x] &= \int_{-\infty}^{y} k(y|x)\, dy \\ &= \int_{-\infty}^{y} c\big(F(x), G(y)\big)g(y)\, dy \end{aligned} \tag{12}$$

sedangkan **ekspektasi peubah acak** Y bersyarat $X = x$ kaitannya dengan copula adalah

$$\begin{aligned} E[Y|X = x] &= \int_{-\infty}^{\infty} y\, k(y|x)\, dy \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} y\, c\big(F(x), G(y)\big)g(y)\, dy \end{aligned} \tag{13}$$

Karena $G(y) = v$ dan $g(y)\, dy = dv$, ekspektasi peubah acak Y bersyarat $X = x$, untuk $u = F(x)$, dapat dituliskan sebagai

$$E[Y|X = x] = \int_{0}^{1} G^{-1}(v) c(u,v)\, dv \tag{14}$$

6.1. Copula Archimedean

Keluarga copula Archimedean memiliki kekhasan bahwa suatu copula memiliki satu parameter kebergantungan (θ) dan dapat dibentuk dari suatu fungsi pembangkit copula φ. Copula Archimedean untuk peubah acak bivariat didefinisikan sebagai

$$C_\theta(u,v) = \varphi^{-1}\big(\varphi(u) + \varphi(v)\big) \tag{15}$$

Berdasarkan (9) estimasi parameter copula Archimedean (θ) dengan Kendall's *tau* (τ) dapat diperoleh dengan mencari solusi persamaan berikut ini

$$\tau = 1 + 4 \int_{0}^{1} \frac{\varphi_\theta(t)}{\varphi'_\theta(t)}\, dt \tag{16}$$

seperti pada [4]. Dalam paper ini digunakan empat jenis copula Archimedean yang dijelaskan berdasarkan [4].

Fungsi **copula Clayton** didefinisikan oleh

$$C_{C,\theta}(u,v) = \left(u^{-\theta} + v^{-\theta} - 1\right)^{-\frac{1}{\theta}} \tag{17}$$

dengan $\theta \in (0, \infty)$. Fungsi pembangkit copula Clayton diberikan oleh

$$\varphi_\theta(t) = \frac{1}{\theta}\left(t^{-\theta} - 1\right) \tag{18}$$

Fungsi densitas copula Clayton diperoleh dari solusi persamaan (8), yang didefinisikan oleh

$$c_{C,\theta}(u,v)=\frac{\theta+1}{(uv)^{\theta+1}}\left(u^{-\theta}+v^{-\theta}-1\right)^{-\left(\frac{2\theta+1}{\theta}\right)} \quad (19)$$

Properti bersyarat copula Clayton didefinisikan oleh

$$\frac{\partial C_{C,\theta}(u,v)}{\partial u}=u^{-(\theta+1)}\left(u^{-\theta}+v^{-\theta}-1\right)^{-\left(\frac{\theta+1}{\theta}\right)} \quad (20)$$

Parameter θ copula Clayton diperoleh dari persamaan (16) dengan mensubstitusikan persamaan (18) yaitu

$$\theta=\frac{2\tau}{1-\tau} \quad (21)$$

Fungsi **copula Gumbel** didefinisikan oleh

$$C_{G,\theta}(u,v)=\exp\left(-\left[(-\ln u)^{\theta}+(-\ln v)^{\theta}\right]^{\frac{1}{\theta}}\right) \quad (22)$$

dengan $\theta\in[1,\infty)$. Fungsi pembangkit copula Gumbel adalah

$$\varphi_{\theta}(t)=(-\ln t)^{\theta} \quad (23)$$

Fungsi densitas copula Gumbel menurut [7] dapat diperoleh dari persamaan (8) yaitu

$$c_{G,\theta}(u,v)=(uv)^{-1}(\ln u\cdot\ln v)^{\theta-1}\cdot\left(w^{\frac{2}{\theta}-2}+(\theta-1)w^{\frac{1}{\theta}-2}\right)C_{G,\theta}(u,v) \quad (24)$$

Properti bersyarat copula Gumbel didefinisikan oleh

$$\frac{\left(-\ln(u)^{\theta}-\ln(v)^{\theta}\right)^{\frac{1}{\theta}}\ln(u)^{\theta}\,e^{-\left(-\ln(u)^{\theta}-\ln(v)^{\theta}\right)^{\frac{1}{\theta}}}}{u\ln(u)\left(-\ln(u)^{\theta}-\ln(v)^{\theta}\right)} \quad (25)$$

Parameter θ copula Gumbel diperoleh melalui solusi persamaan (16) dengan mensubstitusikan persamaan (23) adalah

$$\theta=\frac{1}{1-\tau} \quad (26)$$

Fungsi **copula Frank** didefinisikan oleh

$$C_{F,\theta}(u,v)=-\frac{1}{\theta}\ln\left(1+\frac{\left(e^{-\theta u}-1\right)\left(e^{-\theta v}-1\right)}{e^{-\theta}-1}\right) \quad (27)$$

dengan $\theta\in(-\infty,\infty)$. Fungsi pembangkit copula Frank adalah

$$\varphi_{\theta}(t)=-\ln\left(\frac{e^{-\theta t}-1}{e^{-\theta}-1}\right) \quad (28)$$

Fungsi densitas copula Frank menurut [8] diperoleh dari persamaan (8) yang didefinisikan oleh

$$c_{F,\theta}(u,v)=\frac{-\theta e^{-\theta(u+v)}\left(e^{-\theta}-1\right)}{\left(e^{-\theta}-1+(e^{-\theta u}-1)(e^{-\theta v}-1)\right)^{2}} \quad (29)$$

Properti bersyarat copula Frank didefinisikan oleh

$$\frac{\partial C_{F,\theta}(u,v)}{\partial u}=\frac{\left(e^{-\theta v}-1\right)}{e^{\theta v}\left(e^{-\theta}-1\right)\left(\frac{(e^{\theta v}-1)(e^{\theta v}-1)}{(e^{-\theta}-1)}+1\right)} \quad (30)$$

Solusi persamaan (16) diselesaikan dengan mensubstitusikan persamaan (28), diperolah parameter θ copula Frank adalah

$$\tau=1-\frac{4\left(1-\theta^{-1}\int_{0}^{\theta}\frac{t}{e^{t}-1}dt\right)}{\theta} \quad (31)$$

Copula AMH (Ali-Mikhail-Haq) dinyatakan oleh

$$C_{A,\theta}=\frac{uv}{1-\theta(1-u)(1-v)} \quad (32)$$

dengan $\theta\in[-1,1)$. Fungsi pembangkit copula AMH adalah

$$\varphi_{\theta}(t)=ln\left[\frac{1-\theta(1-t)}{t}\right] \quad (33)$$

Fungsi densitas copula AMH berdasarkan [9] dapat diperoleh dari persamaan (8) yang berbentuk

$$c_{A,\theta}(u,v)=\frac{1-\theta+2\theta\frac{uv}{1-\theta(1-u)(1-v)}}{[1-\theta(1-u)(1-v)]^{2}} \quad (34)$$

Properti bersyarat copula AMH didefinisikan ditunjukkan oleh persamaan berikut ini:

$$\frac{v}{1-\theta(1-u)(1-v)}-\frac{u}{\left(1-\theta(1-u)(1-v)\right)^{2}} \quad (35)$$

Persamaan (16) diselesaikan dengan mensubstitusikan persamaan (33), diperoleh Kendall's *tau* copula AMH yang dinyatakan oleh

$$\tau=\frac{3\theta-2}{3\theta}-\frac{2(1-\theta)^{2}ln(1-\theta)}{3\theta^{2}} \quad (36)$$

Estimasi parameter θ dari copula AMH diperoleh dengan menyelesaikan persamaan (36) dengan menggunakan metode numerik.

6.2. *Copula Plackett*

Copula Plackett mempunyai bentuk umum yang didefinisikan oleh

$$C_{\mathrm{P},\theta}(u,v)=\frac{[1+(\theta-1)(u+v)]}{2(\theta-1)}-\frac{\sqrt{[1+(\theta-1)(u+v)]^{2}-4uv\theta(\theta-1)}}{2(\theta-1)} \quad (37)$$

di mana $0<\theta<\infty$ dan $\theta\neq1$. Saat $\theta=1$, $C_{\mathrm{P},1}(u,v)=uv$.

Fungsi densitas copula Plackett diperoleh dari persamaan (8) seperti yang dijelaskan pada [10], sehingga dipeorleh

$$c_{\mathrm{P},\theta}(u,v)=\frac{\theta[1+(\theta-1)(u+v-2uv)]}{\left[\left(1+(\theta-1)(u+v)\right)^{2}-4uv\theta(\theta-1)\right]^{\frac{3}{2}}} \quad (38)$$

Properti bersyarat copula Gumbel didefinisikan oleh

$$\frac{\partial C_{\mathrm{P},\theta}(u,v)}{\partial u}=\frac{\theta v-(\theta-1)C_{\mathrm{P},\theta}(u,v)}{1+(\theta-1)\left[u+v-2C_{\mathrm{P},\theta}(u,v)\right]} \quad (39)$$

Berdasarkan [4], diperoleh Spearman's *rho* melalui copula Plackett yang dinyatakan oleh

$$\rho=\frac{\theta+1}{\theta-1}-\frac{2\theta}{(\theta-1)^{2}}\ln\theta \quad (40)$$

Estimasi parameter θ copula Plackett dilakukan dengan mencari solusi persamaan (40) dengan menggunakan metode bagi dua seperti yang dijelaskan pada [11].

6.3. Simulasi Pembangkitan Bilangan Acak Bivariat Menggunakan Copula

Menurut [6] prosedur untuk membangkitkan bilangan acak bivariat $\{(x,y)\}$ dari suatu fungsi distribusi bivariat H dapat dilakukan dengan menggunakan copula. Misalkan fungsi $\frac{\partial C(u,v)}{\partial u}$ adalah fungsi dalam v, misal $u = F(x)$ dan $v = G(y)$,

$$z_u(v) = \frac{\partial C(u,v)}{\partial u} \quad (41)$$

Prosedur pembangkitan bilangan acak bivariat $\{(x,y)\}$ dapat dilakukan dengan langkah berikut:

- Langkah pertama dilakukan dengan membangkitkan dua bilangan acak saling bebas u dan t, dimana u dan t berdistribusi seragam di [0,1];
- Langkah kedua dengan menghitung $v = z_u^{(-1)}(t)$, dimana $z_u^{(-1)}$ adalah invers fungsi dari z_u;
- Pada langkah ketiga ini dapatkan sepasang bilangan acak bivariat dari suatu copula yaitu (u,v);
- Langkah keempat dapatkan sepasang bilangan acak bivariat $(x,y) = \left(F^{-1}(u), G^{-1}(v)\right)$;

7. **Metode *Monte Carlo***

Metode Monte Carlo diperlukan sebagai pendekatan numerik yang digunkana untuk menemukan solusi dari suatu persamaan. Misal, diketahui bahwa

$$\int_0^1 h(x)\,dx, \quad (42)$$

dimana X adalah peubah acak yang seragam di [0,1]. Maka fungsi densitas diberikan oleh $f(x) = 1$ untuk $0 < x < 1$. Sehingga,

$$E_f[h(X)] = \int_0^1 h(x)\,dx = \alpha \quad (43)$$

Pada simulasi dengan menggunakan komputer, dapat dilakukan dengan membangkitkan nilai numerik. Sehingga solusi pendekatan persamaan (42) diperoleh dengan menghitung nilai rata-rata dari $\{h(X_i) | i = 1, \ldots, n\}$.

8. **Ukuran Ketepatan Nilai Prediksi**

Menentukan kesalahan prediksi dapat diukur menggunakan berbagai ukuran *error,* dimana diketahui bahwa $\hat{y}_t$ adalah data prediksi dari perhitungan model pada waktu t, y_t adalah data aktual pada waktu t dan n adalah banyaknya data. Beberapa ukuran *error* yang digunakan dalam menghitung nilai ketepatan prediksi pada paper ini, yaitu

Mean Square Error **(MSE)** dapat dihitung dengan persamaan:

$$MSE = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_t - y_t)^2 \quad (44)$$

Mean Error **(ME)** dapat dihitung dengan persamaan:

$$ME = \sum_{i=1}^{n} \hat{y}_t - y_t \quad (45)$$

Root Mean Square Error **(RMSE)** dapat dihitung dengan persamaan:

$$RMSE = \sqrt{MSE} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_t - y_t)^2}{n}} \quad (46)$$

Mean Absolute Error **(MAE)** dapat dihitung dengan persamaan:

$$MAE = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|\hat{y}_t - y_t| \quad (47)$$

9. **Metode Bagi Dua**

Metode bagi dua digunakan dalam penyelesaian solusi estimasi parameter copula pada persamaan (36). Berdasarkan pada [11] untuk melakukan metode bagi dua dapat dilakukan dengan mengikuti Algoritma berikut ini:

- Pertama hitunglah $\theta_n = \frac{a_n + b_n}{2}$.
- Kedua tentukalahn subinterval mana yang akan mengurung akar:
  a. Jika $f(a_n) \cdot f(\theta_n) < 0$, maka $a_{n+1} = a_n$, $b_{n+1} = \theta_n$.
  b. Jika $f(a_n) \cdot f(\theta_1) > 0$, maka $a_{n+1} = \theta_n$, $b_{n+1} = b_n$.
  c. Jika $f(a_n) \cdot f(\theta_1) = 0$, maka diperoleh akar sama dengan θ_n.
- Ketiga hitunglah $\varepsilon_n = \frac{\theta_n - \theta_{n-1}}{\theta_n} \times 100\%$ dimana $n \geq 1$
- Selanjutnya ulangi langkah 1 hingga langkah 3 sedemikian sehingga diperoleh nilai $f(\theta_n) \approx 0$.
- Kelima, diperoleh akar persamaan yaitu θ_n.

10. **Metode Penelitian**

Disini dilakukan pengolahan data yang dimiliki melalui langkah-langkah berikut:

1. Data dibagi menjadi dua yaitu bagian I (Juli 2015 sampai Juni 2016) dan bagian II (Juli 2016 sampai Juni 2017). Data bagian I digunakan untuk mencari model prediksi, sedangkan data bagian II digunakan untuk validasi prediksi.
2. Transformasi data (bagian I) menggunakan transformasi *return* pada persamaan (1) dan (2), sehingga diperoleh data bivariat (x_t, y_t). Uji stasioneritas dilakukan secara visual dan dibantu dengan grafik ACF (*Autocorrelation Function*).
3. Mengukur kebergantungan data hasil transformasi dengan menggunakan ukuran kebergantungan Kendall's *tau* dan Spearman's *rho*.

Setelah dilakukan pengolahan data, langkah selanjutnya adalah analisis data berdasarkan pada langkah-langkah berikut:

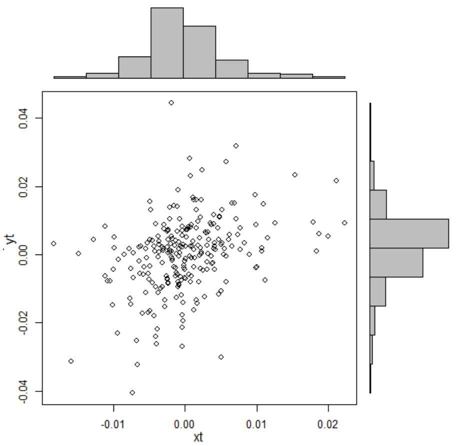
1. Estimasi parameter distribusi-distribusi marginal x_t dan y_t dilakukan dengan *Maximum Likelihood Estimation* (MLE).
2. Uji kecocokan distribusi x_t dan y_t menggunakan metode Kolmogorov-Smirnov.
3. Estimasi parameter θ copula Archimedean berdasarkan Kendall's *tau* dan estimasi parameter θ copula Plackett berdasarkan Spearman's *rho*.

4. Analisis regresi copula menggunakan ekspektasi bersyarat pada persamaan (13) untuk memperoleh $\hat{y}_i$, dimana analisis regresi copula dihitung menggunakan metode Monte Carlo yang dibangkitkan dengan algoritma
   a. Untuk $i = 1$ tetapkan u_i dimana $u_i = F(x_i)$;
   b. Bangkitkan v_j sebanyak 1000 data melalui copula;
   c. Hitung nilai dari $\hat{y}_i$
   d. Ulangi langkah b dan c sebanyak 1000 kali;
   e. Hitung rata-rata dari $\hat{y}_i$;
   f. Untuk $i = i + 1$ kembali ke langkah a.
5. Estimasi copula berdasarkan beberapa ukuran *error* (MSE, MAE, ME, RMSE) dengan mencari nilai *error* terkecil.
6. Validasi prediksi melalui model regresi copula terpilih berdasarkan ukuran *error*.

11. HASIL DAN PEMBAHASAN

11. 1. Data Marginal

Setelah dilakukan pengolahan data, diperoleh data hasil transformasi *return* yang sudah stasioner. Data yang sudah stasioner dari x_t (*return* Kurs Beli IDR-USD) dan y_t (*return* IHSG) disajikan pada Gambar 1.



Gambar 1. *Scatterplot* (x_t, y_t)

Gambar 1 merupakan *scatterplot* (x_t, y_t) data bagian I dari x_t (*return* Kurs Beli IDR-USD) dan y_t (*return* IHSG)yang sudah stasioner. Histogram masing-masing marginal x_t dan y_t ditampilkan sebelah atas (x_t) dan kanan (y_t) *scatterplot* pada Gambar 1. Selanjutnya dicari statistik deskriptif dari x_t dan y_t yang disajikan pada tabel 1.

Tabel 1. Statistik Deskriptif

	Mean	*Var.*	*Kurtosis*	*Skewness*	Min.	Maks.
x_t	$4E-05$	$3.6E-05$	2.1103	0.65546	-0.018	0.0222
y_t	$8E-05$	0.00012	2.0128	-0.17313	-0.040	0.0445

Tabel 1 merupakan statistik deskriptif dari masing-masing peubah acak x_t dan y_t, dari tabel 1 dapat dilihat bahwa nilai dari *kurtosis* dan *skewness* untuk setiap peubah acak x_t dan y_t tidak berdistribusi normal. Data dapat dikatakan berdistribusi normal jika nilai dari *kurtosis* sama dengan tiga dan nilai dari *skewness* sama dengan nol.

11. 2. Ukuran Kebergantungan

Ukuran kebergantungan Kendall's *tau* dan Spearman's *rho* data x_t dan y_t tertampil di Tabel 2.

Tabel 2. Ukuran Kebergantungan Kendall's *tau* dan Spearman's *rho* dari Data Marginal x_t dan y_t

Peubah	Kendall's *tau*	Spearman's *rho*
x_t dan y_t	0.241	0.3550996

11. 3. Estimasi Parameter Distribusi Marginal dan Uji Kecocokan Distribusi

Estimasi parameter distribusi marginal dilakukan dengan mengestimasi parameter-parameter yang bersesuaian (melalui MLE) dan uji kecocokan distribusi melalui metode Kolmogorov-Smirnov (*p-value*). Dari hasil estimasi parameter distribusi marginal berdasarkan data x_t dan y_t diperoleh beberapa pilihan parameter distribusi yang sesuai, yang disajikan pada Tabel 3.

Tabel 3. Parameter dan Uji Kecocokan Kolmogorov-Smirnov (*p-value*) Distribusi Marginal Data

Dist.	Marg.	Parameter		*p-value* (KS)
Logistik	x_t	$\sigma = 0.00332$	$\mu = 0.00004$	0.22152
Laplace.		$\lambda = 235.17$	$\mu = 0.00004$	0.21525
Normal		$\sigma = 0.00601$	$\mu = 0.00004$	0.07222
Logistik	y_t	$\sigma = 0.00609$	$\mu = 0.00008$	0.17777
Laplace.		$\lambda = 128.11$	$\mu = 0.00008$	0.15000
Normal		$\sigma = 0.11044$	$\mu = 0.00008$	0.15000

Berdasarkan Tabel 3, untuk setiap marginal x_t dan y_t mempunyai tiga pilihan distribusi yang dapat digunakan dalam menentukan model prediksi. Hal ini dikarenakan hipotesa H_0 dari ketiga distribusi tersebut diterima di tingkat signifikansi 0.05 atau nilai *p-value* > 0.05. Copula Archimedean (Clayton, Gumbel, Frank, dan AMH) dan copula Plackett selanjutnya diestimasi untuk kombinasi marginal

x_t: Logistik, Laplace, Normal; dan

y_t: Logistik, Laplace, Normal.

Dari sini, dicari distribusi marginal paling sesuai yang selanjutnya digunakan dalam menentukan model prediksi.

11. 4. Estimasi Parameter Copula dengan Kendall's *Tau* dan Spearman's *Rho*

Setelah diperoleh nilai ukuran kebergantungan maka dapat dicari nilai parameter θ untuk setiap jenis copula. Parameter copula diestimasi untuk mengidentifikasi hubungan antar peubah. Hasil estimasi parameter copula tertampil pada Tabel 4.

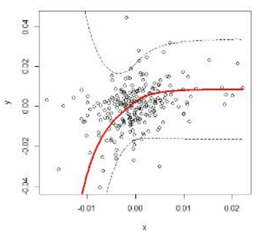
Tabel 4. Penduga Parameter θ Copula dengan Kendall's *Tau* dan Spearman's *Rho*

Kendall's *Tau* (**θ**)				Spearman's *Rho* (**θ**)
Clayton	Gumbel	Frank	AMH	Plackett
0.634	1.317	2.276	0.817	3.03078

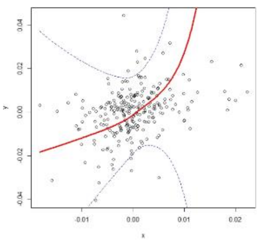
11. 5. Analisis Regresi Copula

Penyelesaian solusi analisis regresi copula dilakukan dengan metode Monte Carlo. Percobaan angka random yang digunakan sebanyak 1000 percobaan angka random dengan distribusi data yang berbeda-beda. Dari ekspektasi bersyarat pada persamaan (13) diperoleh $\hat{y}_i$ yaitu

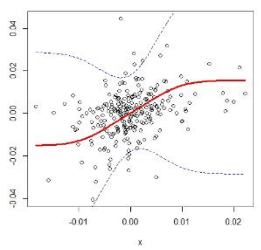
$$\hat{y}_i = E_v[G^{-1}(v)c(u,v)] = \frac{1}{1000}\sum_{j=1}^{1000} G^{-1}(v_j)c(u_j,v_j) \qquad (48)$$



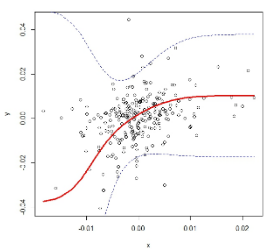
a. Model regresi copula Clayton dengan $x_t \sim Laplace$ dan $y_t \sim Normal$



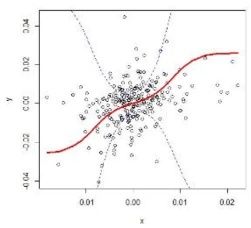
b. Model regresi copula Gumbel dengan $x_t \sim Laplace$ dan $y_t \sim Normal$



c. Model regresi copula Frank dengan $x_t \sim Normal$ dan $y_t \sim Laplace$



d. Model regresi copula AMH dengan $x_t \sim Normal$ dan $y_t \sim Normal$



e. Model regresi copula Plackett dengan $x_t \sim Normal$ dan $y_t \sim Normal$

Gambar 2. Model Regresi Copula untuk Setiap Alternatif Copula dengan Distribusi Marginal Tertentu.

Dari hasil perhitungan $\hat{y}_i$ diperoleh nilai prediksi untuk y_t, di mana hasil prediksi ini digunakan untuk menentukan model regresi copula terbaik berdasarkan ukuran *error* dari masing-masing model regresi. Selanjutnya model regresi terpilih digunakan untuk melakukan prediksi y_t dengan data bagian II. Model regresi copula untuk setiap alternatif copula disajikan pada gambar 2.

Gambar 2 memperlihatkan hasil model regresi copula, dimana setiap copula sudah dilakukan kombinasi marginal. Namun hanya ditampilkan 5 gambar untuk setiap copula (Clayton, Frank, Gumbel, AMH, Plackett) dengan jenis distribusi yang sudah terpilih. Pada Gambar 2 dapat dilihat terdapat garis merah yang melintas, garis merah tersebut menunjukkan regresi copula.

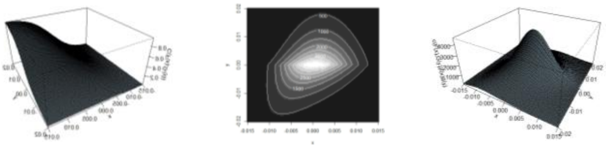
11. 6. Estimasi Model Copula Berdasarkan Beberapa Ukuran *Error*

Menentukan model regresi copula yang digunakan sebagai model prediksi dilakukan berdasarkan nilai ketepatan prediksi dengan bantuan beberapa ukuran *error*. Pada paper ini digunakan empat jenis ukuran *error* yaitu MSE, ME, RMSE, dan MAE. Hasil perhitungan nilai *error* disajikan pada Tabel 5.

Tabel 5. Nilai *Error* Regresi Copula untuk Setiap Alternatif Marginal dan Alternatif Copula

Copula	x_t	y_t	MSE	ME	RMSE	MAE
Clayton	Laplace	Logis	0.00068	0.00371	0.02601	0.01160
	Laplace	Laplace	0.00079	0.00394	0.02804	0.01181
	Normal	Normal	0.01399	0.01104	0.11829	0.01932
	Normal	Logis	0.02100	0.01319	0.14492	0.02148
	Normal	Laplace	0.02750	0.01494	0.16584	0.02322
	Logis	Normal	0.00131	0.00441	0.03617	0.01255
	Logis	Logis	0.00167	0.00488	0.04086	0.01302
	Logis	Laplace	0.00205	0.00534	0.0453	0.01347
	Laplace	Normal	0.00057	0.00349	0.02393	0.01137
AMH	Laplace	Logis	0.00014	0.00147	0.01203	0.00921
	Logis	Logis	0.00014	0.00108	0.01189	0.00901
	Logis	Normal	0.00014	0.00105	0.01187	0.00902
	Normal	Laplace	0.00014	0.0009	0.01187	0.00886
	Normal	Normal	0.00014	0.00083	0.01182	0.00891
	Laplace	Normal	0.00014	0.00144	0.01202	0.00923
	Logis	Laplace	0.00014	0.00111	0.01189	0.00896
	Normal	Logis	0.00014	0.00086	0.01185	0.0089
	Laplace	Laplace	0.00014	0.0015	0.01201	0.00915
Frank	Logis	Laplace	0.00012	0.00029	0.01088	0.0086
	Logis	Logis	0.00012	0.00031	0.01096	0.00869
	Logis	Normal	0.00012	0.00032	0.01102	0.00873
	Normal	Laplace	0.00012	0.00025	0.01079	0.0085
	Normal	Logis	0.00012	0.00026	0.01087	0.00858
	Normal	Normal	0.00012	0.00027	0.01092	0.00863
	Laplace	Logis	0.00012	0.0004	0.01117	0.00887
	Laplace	Normal	0.00013	0.00042	0.01123	0.00893
	Laplace	Laplace	0.00012	0.00038	0.01106	0.00878
Gumbel	Laplace	Laplace	0.00507	-0.0105	0.07118	0.01954
	Laplace	Logis	0.00402	-0.0094	0.06341	0.01844
	Laplace	Normal	0.003	-0.0014	0.05479	0.01712
	Logis	Logis	0.01968	-0.0197	0.14028	0.02874
	Logis	Laplace	0.0257	-0.0224	0.16031	0.03141
	Logis	Normal	0.01351	-0.0165	0.11622	0.02554
	Normal	Normal	1.67034	-0.1411	1.29242	0.15018
	Normal	Logis	3.05631	-0.1873	1.74823	0.19642
	Normal	Laplace	4.27581	-0.2204	2.0678	0.22943
Placket	Logis	Laplace	0.00013	4.8E-06	0.01158	0.00895
	Logis	Normal	0.00132	4.71E-05	0.0115	0.00892
	Normal	Logis	0.00013	2.42E-05	0.01155	0.00887
	Normal	Normal	0.00013	5.66E-06	0.01149	0.00885
	Logis	Logis	0.00013	3.14E-05	0.01154	0.00894
	Normal	Laplace	0.00013	4.72E-05	0.01159	0.00888
	Laplace	Logis	0.00013	0.00012	0.0116	0.00907
	Laplace	Normal	0.00013	0.00014	0.01156	0.00906
	Laplace	Laplace	0.00013	9.4E-05	0.01162	0.00907

Berdasarkan hasil perhitungan nilai *error* diperoleh bahwa model regresi copula terbaik adalah copula Frank dengan distribusi marginal *return* IHSG adalah distribusi Laplace dan marginal *return* Kurs beli IDR-USD adalah distribusi Normal. Model regresi copula Frank tersebut terpilih menjadi yang terbaik berdasarkan dari *error* nilai prediksi terhadap data *return* IHSG yang bergantung pada *return* Kurs Beli IDR-USD relatif kecil dibandingkan dengan model regresi copula lain yang dibahas dalam paper ini. Model regresi copula terbaik yang memodelkan marginal $x_t \sim$Normal $(\sigma = 0.00601,\ \mu = 0.00004)$ dan marginal $y_t \sim$Laplace $(\lambda = 128.11,\ \mu = 0.00008)$ dengan fungsi distribusi, densitas, dan *contour* model tersebut disajikan pada Gambar 3 sedangkan model regresi copula Frank dengan $x_t \sim Normal$ dan $y_t \sim Laplace$ juga dapat dilihat pada Gambar 2c.



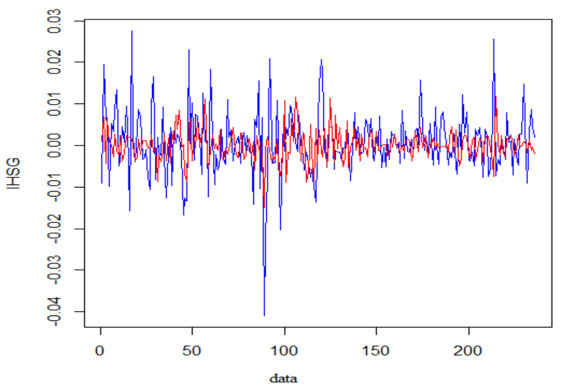
a. Fungsi Distribusi b. *Contour* Densitas c. Fungsi Densitas

Gambar 3. Copula Frank dengan x_t berdistribusi Normal $(\sigma = 0.00601,\ \mu = 0.00004)$ dan y_t berdistribusi Laplace $(\lambda = 128.11,\ \mu = 0.00008)$.

11. 7. Validasi Prediksi

Model prediksi terpilih adalah model regresi copula Frank $x_t \sim Normal$ dan $y_t \sim Laplace$. Model regresi ini digunakan dalam melakukan prediksi IHSG. Disini digunakan data bagian II untuk membangkitkan $\hat{y}$ yang kemudian divalidasi (dicocokkan) dengan data aktualnya. *Line* plot yang membandingkan data aktual dari IHSG dengan hasil prediksinya dapat dilihat pada Gambar 4.

Jika dilihat dari Gambar 4, hasil prediksi IHSG cukup mendekati data aktualnya, meskipun tidak semua data mempunyai hasil prediksi yang bagus. Selain itu dapat dilihat pula bahwa hasil dari prediksi sudah stasioner dimana nilainya mendekati suatu nilai secara konstan



Gambar 4. Plot Deret Waktu IHSG aktual (biru) dan Prediksi (merah)

Selanjutnya untuk mengetahui ukuran kebaikan dari prediksi $(\hat{y})$ maka dihitung nilai *error*. Nilai *error* regresi copula terhadap data aktual dapat dilihat pada Tabel 6.

Tabel 6. Nilai *Error* Regresi Copula Terhadap Aktualnya.

	MSE	ME	RMSE	MAE
$\hat{y}$	0.00006553	0.0006453	0.0080956	0.0060477

12. KESIMPULAN

Paper ini bertujuan untuk memperoleh model prediksi IHSG berdasarkan kurs beli IDR-USD melalui regresi copula dan memperoleh analisis prediksi IHSG berdasarkan kurs beli IDR-USD. Dari paper ini, kedua tujuan paper ini telah tercapai. Pertama, telah diperoleh model prediksi IHSG berdasarkan kurs beli IDR-USD yang melibatkan copula Frank dengan marginal $x_t \sim$Normal $(\sigma = 0.00601,\ \mu = 0.00004)$ dan marginal $y_t \sim$Laplace $(\lambda = 128.11,\ \mu = 0.00008)$. Pemodelan melibatkan copula sehingga model-model distribusi marginal semakin banyak pilihan (bervarias) sesuai dengan kombinasi marginal yang dilakukan. Pada paper ini data *return* kurs beli IDR-USD dan IHSG mempunyai ukuran kebergantungan yang dinyatakan oleh Kendall's *tau* sebesar 0.2408797 dan Spearman's *rho* sebesar 0.3550996 sehingga dapat dinyatakan bahwa hubungan antar marginal positif. Kedua berdasarkan dari model prediksi yang dilakukan diperoleh model regresi terbaik, dari model regresi inilah kemudian dapat dilakukan prediksi terhadap IHSG. Hasil prediksi menunjukkan plot deret waktu yang dapat dilihat pada Gambar 4, terlihat bahwa hasil prediksi mempunyai perbandingan nilai yang baik dan mendekati data aktualnya meskipun tidak semua hasil prediksi sesuai dengan data aktualnya.

DAFTAR PUSTAKA

[1] I. Z. Alwi, Pasar Modal: Teori dan Aplikasi. Edisi Pertama, Yayasan Pancur Sawah: Adiniasri, 2003.

[2] Darwis, "Analisis Hubungan dan Prediksi Indeks Harga Saham Gabungan dengan Faktor Makroekonomi Melalui Pendekatan Copula," tesis, Program Pascasarjana Magister Sains, Institut Pertanian Bogor, Bogor, 2016.

[3] Octavina, "Model Prediksi Berbasis Copula," skripsi, Institut Teknologi Bandung, Bandung, 2012.

[4] R. B. Nelsen, *An Introduction to Copulas*, New York: Springer Series in Statistics, 2006.

[5] W. R. Blischke, M. R. Karim dan D. N. P. Murthy, *Warranty Data Collection and Analysis*, Spring Series in Reliability Engineering, London, 2011.

[6] L. R. Sasongko, "Copula untuk Memodelkan Kegagalan Dua Dimensi pada Produk Bergaransi dengan Strategi Penggantian," M.Si. tesis, Program Pascasarjana Magister Aktuaria, Institut Teknologi Bandung, Bandung, 2014.

[7] A. Shemyakin dan A. Kniazev, Introduction to Bayesian Estimation and Copula Models of Dependence, John Wiley & Sons, Inc, USA, 2017.
[8] L. W. Solikha, "Studi Copula Frank Family 2-Dimensi Dalam Indetifikasi struktur Dependensi," S.Si. skripsi, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim, Malang, 2012.
[9] N. Balakrishna dan C. D. Lai, Continous Bivariate Distribution, Springer, New York, 2009.
[10] M. Wang dan K. Rennolls, *Bivariate Distribution Modelling with Tree Diameter and Height Data*, *Forest Science*, 53(1), 16-24.
[11] D. B. Nugroho, "Metode Numerik", unpublished.

Lampiran A. Fungsi Distribusi Univariat

Berikut ini fungsi distribusi univariat yang digunakan dan dituliskan dalam paper ini. Misalkan X adalah peubah acak kontinu dengan fungsi distribusi F_X.

1. Logistik, $X \sim Logistik(\mu, \sigma)$.

$$F_X(x) = \frac{1}{1 + exp(-z)}, \qquad x \in (-\infty, \infty)$$

dimana $z \equiv \frac{x-\mu}{\sigma}$

2. Laplace, $X \sim Logistik(\mu, \lambda)$.

$$F_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} exp\big(-\lambda(\mu - x)\big) & x \leq \mu \\ 1 - \frac{1}{2} exp\big(-\lambda(\mu - x)\big) & x > \mu \end{cases}, \quad x \in (-\infty, \infty)$$

3. Normal, $X \sim N(\mu, \sigma^2)$.

$$F_X(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln t - \mu}{\sigma}\right)^2\right\} dt, \quad x \in [0, \infty)$$

Nia Lestari Arisandi (662014014@student.uksw.edu) lahir dan tinggal di Bandungan, Kab. Semarang. Dia saat ini masih menempuh pendidikan tinggi di Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Matematika, Universitas Kristen Satya Wacana (UKSW) Salatiga. Tahun 2018 adalah tahun terakhir ia menempuh studi. Makalah ini merupakan hasil penelitian skripsinya yang dipublikasikan.

Didit Budi Nugroho (didit.budinugroho@staff.uksw.edu) lahir pada tanggal 12 Februari 1977 di Yogyakarta, Ia adalah dosen Matematika di Fakultas Sains dan Matematika, Universitas Kristen Satya Wacana, sejak Agustus 2001 setelah lulus dari program studi Matematika S-1 di FMIPA UGM pad Februari 2001. Pada Juli 2008, berhasil menyelesaikan studi lanjut S-2 bidang keahlian Matematika Keuangan di FMIPA ITB, dan sudah menyelesaikan studi S-3 di Kwansei Gakuin University, Jepang pada tahun 2014. Mata Kuliah yang pernah diampu antara lain Kalkulus Derivatif dan Integral, Persamaan Diferensial Biasa, Aljabar Linear, dan Metode Numeri. Beberapa buku yang telah dipublikasikan yaitu "Persamaan Diferensial Biasa dan Aplikasinya", "Kalkulus Integral dan Aplikasinya".

Leopoldus Ricky Sasongko (Leopoldus.sasongko@staff.uksw.edu) lahir di Ketapang, Kalimantan Barat, pada tanggal 14 November 1989. Pada tahun 2011, gelar Sarjana Sains (S.Si) diperoleh dari Universitas Kristen Satya Wacana (UKSW) Salatiga. Gelar Magister Sains (M.Si) didapat dari Program Pascasarjana Magister Aktuaria, Institut Teknologi Bandung (ITB), pada tahun 2014.
Ia bekerja di UKSW sejak tahun 2011 sebagai Calon Pengajar Akademik (Dosen) di Program Studi Matematika, Fakultas Sains dan Matematika, UKSW. Saat ini, ia menjadi Pengajar Akademik Tetap di UKSW.
Sasongko, M.Si, merupakan salah satu anggota Asosiasi Matematikawan Indonesia, IndoMS. Bidang penelitian yang digeluti adalah Matematika Aktuaria dan Garansi (*Warranty*). Salah satu makalah hasil penelitian adalah *The Estimation of Renewal Functions Using the Mean Value Theorem for Integrals (MeVTI) Method* yang terpublikasi di Jurnal Matematika dan Aplikasi deCartesiaN, Universitas Sam Ratulangi (UNSRAT).