



## Analisis Portofolio Saham Model Markowitz Dengan Menggunakan Quadratic Programming

Shintya Gayanti Filrissa<sup>1</sup>, Jullia Titaley<sup>1</sup>, Tohap Manurung<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>Jurusan Matematika-Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam-Universitas Sam Ratulangi Manado, Indonesia

\*Corresponding Author : [Tohapm@unsrat.ac.id](mailto:Tohapm@unsrat.ac.id)

### ABSTRAK

Dalam investasi saham para investor harus memperhatikan dua hal yaitu tingkat keuntungan dan tingkat kerugian atau resiko. *Expected return* dan resiko memiliki hubungan yang positif. Seorang investor diharapkan dapat membentuk portofolio yang optimal dalam berinvestasi, dengan tujuan meminimumkan resiko dengan tingkat keuntungan tertentu. Penelitian ini bertujuan untuk menentukan portofolio optimal, dengan metode penyelesaian yang digunakan yaitu *quadratic programming*. Data yang digunakan adalah saham Indeks Kompas 100. Hasil penelitian menunjukkan portofolio optimal didapat dengan mengalokasikan sejumlah dana dengan bobot ( $w$ ) tertentu pada 66 saham yang ada di Indeks Kompas 100.

### INFO ARTIKEL

Diterima : 16 Juli 2019  
Diterima setelah revisi : 23 Juli 2019  
Tersedia online : 25 Juli 2019

### Kata Kunci

Saham  
Portofolio Model Markowitz  
Tingkat Keuntungan  
Resiko  
Bobot  
Pemrograman kuadratik

### ABSTRACT

Investing in shares for investors pays attention to two things, the level of profit and the level of loss or risk. Expected return and risk have a positive relationship. An investor can form an optimal portfolio of investments. With the aim of minimizing risk with a certain level of profit. This study aims to determine the optimal portfolio, with the solution method used is quadratic programming. With the data used are the Index Kompas 100 shares. From the result of optimal portfolio research obtained by investing a number of funds with a certain weight ( $w$ ) on 66 shares in the Index Kompas 100.

### ARTICLE INFO

Accepted : 16 July 2019  
Accepted after revision : 23 July 2019  
Available online : 25 July 2019

### Keyword

Stock  
Markowitz Model Portfolio  
Level of risk  
Risk  
Weight  
Quadratic programming

## 1. PENDAHULUAN

Investasi merupakan suatu kegiatan penempatan dana pada aset produktif dengan harapan mendapat pertumbuhan modal (*capital growth*) dalam jangka waktu tertentu. Orang yang melakukan investasi disebut investor. Dalam melakukan investasi, seorang investor diharapkan mampu membentuk portofolio. Portofolio merupakan gabungan atau kombinasi dari beberapa aset, baik berupa aset finansial maupun aset riil yang dimiliki oleh investor[1]. Dengan portofolio diharapkan investor mendapatkan keuntungan yang optimal dengan mempertimbangkan *expected return* (harapan keuntungan atau tingkat pengembalian) dan resiko.

Harry M. Markowitz di tahun 1950-an pertama kali memperkenalkan konsep dari resiko portofolio dengan menggabungkan beberapa sekuritas tunggal kedalam bentuk portofolio. Portofolio optimal merupakan portofolio yang dipilih seorang investor dari sekian banyak pilihan yang ada pada kumpulan portofolio yang efisien. Portofolio dikategorikan efisien

apabila memiliki tingkat resiko yang sama, mampu memberikan tingkat keuntungan yang lebih tinggi, ataupun mampu menghasilkan tingkat keuntungan yang sama, tetapi dengan resiko yang lebih rendah.

Analisis portofolio optimal dapat dilakukan dengan berbagai cara. Pada penelitian ini penulis memilih untuk menyelesaikan masalah pembentukan portofolio saham tersebut dengan menggunakan metode optimasi kuadratik atau biasa dikenal dengan pemrograman kuadratik (*quadratic programming*). Data yang diambil adalah data harga saham Indeks Kompas 100 selama periode 1 tahun yaitu dari September 2015 sampai September 2016. Data harga saham berupa harga penutupan (*close price*) saham harian.

## 2. Pengertian Dan Harga Saham

saham merupakan bukti kepemilikan atas suatu perusahaan dan pemilik saham berhak atas keuntungan dari perusahaan dan besarnya keuntungan tersebut tergantung dari besar jumlah saham yang dimiliki.

Harga saham merupakan salah satu indikator pengelolaan perusahaan [2].

**2.1 Pengertian Investasi**

Menurut [2] investasi adalah komitmen atas sejumlah dana atau sumber daya lainnya yang dilakukan pada saat ini, dengan tujuan memperoleh sejumlah keuntungan di masa datang. Pihak yang melakukan kegiatan investasi disebut investor. Seorang investor membeli sejumlah saham saat ini dengan harapan memperoleh keuntungan dari kenaikan harga saham maupun sejumlah dividen di masa yang akan datang.

**2.2 Pengertian Portofolio**

Portofolio adalah serangkaian kombinasi beberapa sekuritas yang diinvestasikan dan dipegang oleh investor, baik perorangan maupun lembaga. Portofolio efisien adalah memaksimalkan *expected return* dengan tingkat resiko tertentu, atau portofolio yang menawarkan resiko rendah dengan *expected return* tertentu [3].

**2.3 Return**

*Return* merupakan hasil yang diperoleh dari investasi. *Return* dapat berupa *return* realisasi (*realized return*) yang sudah terjadi. Untuk investasi, termasuk digunakan sebagai data analisis portofolio. *Return* realisasi dihitung dengan menggunakan data historis. *Return* realisasi portofolio adalah rata-rata tertimbang dari *return* realisasi setiap aset tunggal di dalam portofolio [4]. Secara sistematis untuk n-aset, *return* realisasi portofolio dapat ditulis:

$$\bar{r}_p = \sum_{i=1}^n (w_i \cdot \bar{r}_i) \tag{1}$$

Keterangan:

- $\bar{r}_p$  = *return* realisasi portofolio
- $w_i$  = bobot yang diinvestasikan pada saham *i*
- $\bar{r}_i$  = *return* realisasi dari aset ke-*i*
- $n$  = jumlah dari aset tunggal

**2.4 Expected Return**

Menurut [4] *return* ekspektasi (*expected return*) merupakan *return* yang diharapkan dari investasi yang akan dilakukan. *Return* ekspektasi merupakan *return* yang penting karena dapat digunakan sebagai pengambilan keputusan investasi.

a) *Expected return* saham individual

$$E(r_i) = \frac{\sum_{t=1}^n r_{it}}{n} \tag{2}$$

Keterangan :

- $E(r_i)$  = nilai *return* ekspektasi
- $r_{it}$  = *return* aset ke-*i* pada periode ke-*t*
- $n$  = banyaknya *return* yang terjadi pada periode observasi

b) *Expected return* portofolio

$$E(\bar{r}_p) = \sum_{i=1}^n (w_i \cdot E(\bar{r}_i)) \tag{3}$$

Keterangan:

- $E(\bar{r}_p)$  = *return* ekspektasi dari portofolio
- $w_i$  = proporsi dari aset ke-*i* terhadap seluruh aset di portofolio
- $E(\bar{r}_i)$  = *return* ekspektasi dari aset ke-*i*
- $n$  = banyaknya *return* yang terjadi pada periode observasi

**2.5 Resiko**

Menurut [1], resiko didefinisikan sebagai besarnya penyimpangan antara tingkat pengembalian yang

diharapkan (*expected return*) dengan tingkat pengembalian yang dicapai secara nyata (*realized return*). Pengukuran yang digunakan untuk menghitung resiko adalah varians [5].

a) Resiko saham individual

$$\sigma_i^2 = \frac{\sum_{t=1}^n (r_{it} - E(r_i))^2}{n} \tag{4}$$

Keterangan:

- $\sigma_i^2$  = varians dari investasi pada saham *i*
- $E(r_i)$  = nilai harapan *return* aktiva ke-*i*
- $r_{it}$  = *return* aset ke-*i* pada periode ke-*t*
- $n$  = banyaknya *return* yang terjadi pada periode observasi

b) Resiko portofolio

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^n w_i w_j \sigma_{ij} \tag{5}$$

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} \quad \text{dimana } \sigma_{ii} = \sigma_i^2$$

Keterangan:

- $\sigma_p^2$  = resiko portofolio
- $w_i$  = bobot yang diinvestasikan pada saham *i*
- $w_j$  = bobot yang diinvestasikan pada saham *j*
- $\sigma_i^2$  = varians dari investasi pada saham *i*
- $\sigma_{ij}$  = kovarian *return* antara saham

**2.6 Diversifikasi**

Untuk meminimumkan resiko, perlu dilakukan diversifikasi dalam berinvestasi, yaitu membentuk portofolio atau meng-investasikan dana tidak hanya disatu asset saja melainkan beberapa asset.

**2.7 Model Mean Varians Markowitz**

Harry Markowitz untuk menentukan portofolio yang optimal, ia mengidentifikasi *expected return* dan resiko menggunakan varians *return*, dimana varians tersebut diminimalkan untuk tingkat ekpektasi tertentu. Dengan demikian portofolio optimasi menggunakan model *mean-variance Markowitz* sebagai berikut :

Fungsi tujuan:

$$\text{minimumkan } \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} \tag{6}$$

dengan kendala:

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1$$

$$\sum_{i=1}^n w_i \bar{r}_i = \bar{r}_p$$

dimana  $w_i \geq 0$  untuk  $i=1, 2, \dots, n$  dan jumlah proporsi dana sama dengan satu.

**2.8 Pemrograman Non Linier**

Tidak semua permasalahan dalam kehidupan sehari-hari bisa diselesaikan dengan pemrograman linier. Oleh karena itu munculah pemrograman nonlinier. Bentuk umum masalah non linier adalah menentukan nilai dari variabel keputusan  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  agar

Maksimumkan (atau minimumkan)  $Z = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$

Dengan kendala

$$g_1((x_1, x_2, \dots, x_n)) (\leq, = \text{ atau } \geq) b_1$$

$$g_2((x_1, x_2, \dots, x_n)) (\leq, = \text{ atau } \geq) b_2$$

⋮

$$g_m((x_1, x_2, \dots, x_n)) (\leq, = \text{ atau } \geq) b_m$$

Dimana  $f$  fungsi non linier dan  $g$  fungsi linier atau non linier [6].

### 2.9 Matriks Hessian

Matriks Hessian adalah matriks yang setiap elemennya dibentuk dari turunan parsial kedua dari suatu fungsi. Misalkan  $f(x)$  suatu fungsi dengan  $n$  variabel, maka matriks Hessian dari  $f(x)$  yaitu:

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} \end{bmatrix} \quad (7)$$

### 2.10 Pemrograman Kuadratik (*Quadratic Programming*)

Menurut [7] pemrograman kuadratik merupakan pendekatan permasalahan optimasi nonlinier dimana kendalanya berupa fungsi linier dan fungsi tujuannya merupakan kuadrat dari variable keputusan ataupun perkalian dari dua variable keputusan. Bentuk dari masalah kuadratik adalah sebagai berikut:

$$\text{Meminimumkan } f(x) = C^T X + \frac{1}{2} X^T H X \quad (8)$$

Dengan kendala:  
 $Ax \leq \text{atau } \geq b$   
 $X \geq 0$

Adapun  $H$  merupakan matriks simetris yang tersusun dari nilai  $q_{ij}$ . Dimana  $q_{ij}$  merupakan hasil turunan parsial kedua terhadap  $x_i$  dan  $x_j$  dari fungsi tujuan. Matriks  $H$  yang merupakan matriks simetris sehingga nilai  $q_{ij} = q_{ji}$ . Persamaan kuadratik diatas jika ditransformasikan kedalam bentuk aljabar maka akan menjadi

$$F(X) = C^T X + \frac{1}{2} X^T H X$$

$$F(X) = \sum_{j=1}^n c_j x_j + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n q_{ij} x_i x_j \quad (9)$$

### 3. METODOLOGI

Data dalam penelitian ini adalah data sekunder tentang perusahaan yang terdapat pada saham Indeks Kompas 100 sesuai surat edaran Bursa Efek Indonesia (BEI). Data yang diambil adalah data harga saham penutupan (*close price*) harian saham selama periode September 2015 – September 2016. Prosedur penelitian yang dilakukan sebagai berikut:

1. Mengumpulkan data daftar saham (perusahaan) yang terdaftar di Indeks Kompas 100 sesuai dengan surat edaran dari Bursa Efek Indonesia (BEI) selama periode yang ditentukan.
2. Mengumpulkan harga penutupan (*close prise*) masing-masing saham.
3. Menghitung *return*, *expected return*, varians, standar deviasi, dan kovarians saham.
4. Menentukan formulasi portofolio Markowitz.
5. Mengubah formulasi portofolio ke dalam formulasi program kuadratik (*quadratic programming*).
6. Menyelesaikan formulasi program kuadratik dengan bantuan software matematika.

## 4. HASIL DAN PEMBAHASAN

### 4.1 Data Saham Indeks Kompas 100

Berdasarkan surat edaran BEI pada Indeks Kompas 100 selama periode September 2015 sampai September 2016 yang diambil dari website resmi Bursa Efek Indonesia (BEI) [www.idx.co.id](http://www.idx.co.id), diperoleh data saham yang tetap selama periode tersebut diuraikan pada table dibawah ini.

Tabel 1. Data Perusahaan Pada Kompas 100

No	Kode Saham	Nama Perusahaan	Status
1	AALI	Astra Agro Lestari Tbk	Tetap
2	ACES	Ace Hardware Indonesia Tbk	Tetap
3	ADHI	Adhi Karya (Persero) Tbk	Tetap
4	ADRO	Adaro Energy Tbk	Tetap
5	AISA	Tiga Pilar Sejahtera Food Tbk	Tetap
6	AKRA	AKR Corporindo Tbk	Tetap
7	ANTM	Aneka Tambang (Persero) Tbk	Tetap
8	APLN	Agung Podomoro Land Tbk	Tetap
9	ASII	Astra International Tbk	Tetap
10	ASRI	Alam Sutera Realty Tbk	Tetap
11	BBCA	Bank Central Asia Tbk	Tetap
12	BNNI	Bank Negara Indonesia (Persero) Tbk	Tetap
13	BBRI	Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk	Tetap
		Bank Tabungan Negara (Persero) Tbk	Tetap
14	BBTN		
15	BCIP	Bumi Citra Permai Tbk	Tetap
16	BDMN	PT Bank Danamon Indonesia Tbk	Tetap
17	BEST	Bekasi Fajar Industrial Estate Tbk	Tetap
18	BHIT	MNC Investama Tbk	Tetap
19	BJBR	BPD Jawa Barat dan Banten Tbk	Tetap
20	BJTM	BPD Jawa Timur Tbk	Tetap
21	BKSL	Sentul City Tbk	Tetap
22	BMRI	Bank Mandiri (Persero) Tbk	Tetap
23	BMTR	Global Mediacom Tbk	Tetap
24	BSDE	Bumi Seprong Damai Tbk	Tetap
25	BUMI	PT Bumi Resources Tbk	Tetap
26	BWPT	Eagle High Plantations Tbk	Tetap
27	CPIN	Charoen Pokphand Indonesia Tbk	Tetap
28	CTRA	Ciputra Development Tbk	Tetap
29	DILD	Intiland Development Tbk	Tetap
30	ELSA	Elnusa Tbk	Tetap
31	EXCL	XL Axiata Tbk	Tetap
32	GGRM	Gudang Garam Tbk	Tetap
33	GIAA	Garuda Indonesia (Persero) Tbk	Tetap
34	GJTL	Gajah Tunggal Tbk	Tetap
35	ICBP	Indofood CBP Sukses Makmur Tbk	Tetap
36	INCO	Vale Indonesia Tbk	Tetap
37	INDF	Indofood Sukses Makmur Tbk	Tetap
38	INTP	Indocement Tunggul Prakarsa Tbk	Tetap
39	ISAT	Indosat Tbk	Tetap
40	ITMG	Indo Tambangraya Megah Tbk	Tetap
41	JPFA	JAPFA Comfeed Indonesia Tbk	Tetap
42	JSMR	Jasa Marga (Persero) Tbk	Tetap
43	KLJA	Kawasan Industri Jababeka Tbk	Tetap
44	KLBF	Kalbe Farma Tbk	Tetap
45	LINK	Link Net Tbk	Tetap
46	LPCK	Lippo Cikarang Tbk	Tetap
47	LPKR	Lippo Karawaci Tbk	Tetap
48	LPPF	Matahari Department Store Tbk	Tetap
49	LSIP	PP London Sumatra Indonesia Tbk	Tetap
50	MAPI	Mitra Adiperkasa Tbk	Tetap
51	MDLN	Modernland Reality Ltd Tbk	Tetap
52	META	Nusantara Infrastructure Tbk	Tetap
53	MLPL	Multipolar Tbk	Tetap
54	MNCN	Media Nusantara Citra Tbk	Tetap
55	MMPA	Matahari Putra Prima Tbk	Tetap
56	PBRX	Pan Brothers Tbk	Tetap
		Perusahaan Gas Negara (Persero) Tbk	Tetap
57	PGAS		
58	PNBN	Bank Pan Indonesia Tbk	Tetap
59	PNLF	Panin Financial Tbk	Tetap
		Tambang Batubara Bukit Asam (Persero) Tbk	Tetap
60	PTBA		
61	PTPP	PP (Persero) Tbk	Tetap
62	PWON	Pakuwon Jati Tbk	Tetap
63	RALS	Ramayana Lestari Sentosa Tbk	Tetap
64	SCMA	Surya Citra Media Tbk	Tetap
		Industri Jamu dan Farmasi Sido Muncul Tbk	Tetap
65	SIDO		
66	SILO	Siloam International Hospitals Tbk	Tetap
67	SIMP	Salim Ivomas Pratama Tbk	Tetap
68	SMGR	semen Indonesia (Persero) Tbk	Tetap
69	SMRA	Summarecon Agung Tbk	Tetap
70	SRIL	Sri Rejeki Isman Tbk	Tetap
71	SSIA	Surya Semesta Internusa Tbk	Tetap

No	Kode Saham	Nama Perusahaan	Status
72	SSMS	Sawit Sumbermas Sarana Tbk	Tetap
73	TARA	Sitara Propertindo Tbk	Tetap
74	TBIG	Tower Bersama Infrastructure Tbk	Tetap
75	TINS	Timah (Persero) tbk	Tetap
		Telkomunikasi Indonesia (Persero)	Tetap
76	TLKM	Tbk	
77	UNTR	United Tractors Tbk	Tetap
78	UNVR	Unilever Indonesia Tbk	Tetap
79	WIKA	Wijaya Karya (Persero) Tbk	Tetap
80	WSKT	Waskita Karya (Persero) Tbk	Tetap
81	WTON	Wijaya karya Beton Tbk	Tetap

Selanjutnya dilakukan pengumpulan harga penutupan harian ke 81 saham dengan mengambil data harga saham tersebut dari website [www.finance.yahoo.com](http://www.finance.yahoo.com).

#### 4.2 Perhitungan Expected Return dan Resiko Saham Individual dan Portofolio

Setelah harga saham didapatkan, selanjutnya dilakukan perhitungan Expected return, resiko dan standar deviasi dari masing-masing saham. Perhitungan dilakukan dengan menggunakan persamaan (2) dan (4). Hasil didapat diperlihatkan pada tabel berikut ini.

**Tabel 2.** Hasil Perhitungan *Expected return*, Varians, dan Standar Deviasi Saham

No	Kode Saham	E(Ri)	$\sigma_i^2$	$\sigma_i$
1	AALI	0.00042214	0.00080179	0.02831592
2	ACES	0.00271764	0.00087533	0.02958599
3	ADHI	0.00219129	0.00064194	0.02533644
4	ADRO	0.00376635	0.00138497	0.03721521
5	AISA	0.0016702	0.00084827	0.02912502
6	AKRA	0.00091192	0.00053459	0.02312128
7	ANTM	0.00047805	0.00089674	0.02994564
8	APLN	0.00271002	0.00104535	0.0323188
9	ASII	0.0017822	0.00065453	0.02558382
10	ASRI	0.00183976	0.00071552	0.02674918
11	BBCA	0.0008457	0.00019107	0.01382285
12	BBNI	0.00107347	0.00039255	0.01981287
13	BBRI	0.00086103	0.00047094	0.02170106
14	BBTN	0.00313624	0.00036938	0.01921923
15	BCIP	0.0025146	0.0005541	0.02353939
16	BDMN	0.00100389	0.00110785	0.03328433
17	BEST	0.00104516	0.00138427	0.03720581
18	BHIT	-0.00161918	0.00135528	0.03681408
19	BJBR	0.00399352	0.00072278	0.02688458
20	BJTM	0.00215522	0.00058498	0.02418641
21	BKSL	0.00290601	0.00155368	0.03941681
22	BMRI	0.00125433	0.00048124	0.02193716
23	BMTR	-0.00032573	0.00119644	0.03458959
24	BSDE	0.00140584	0.00052591	0.02293266
25	BUMI	0.0021724	0.00196138	0.04428748
26	BWPT	0.00021382	0.00235173	0.04849463
27	CPIN	0.00328765	0.00085072	0.0291671
28	CTRA	0.00314277	0.00086857	0.02947152
29	DILD	0.00083917	0.00034975	0.01870172
30	ELSA	0.00282885	0.00159699	0.03996232
31	EXCL	0.00053994	0.00088277	0.02971144
32	GGRM	0.00185049	0.00051755	0.02274968
33	GIAA	0.00167517	0.00073205	0.02705634
34	GJTL	0.00532422	0.00147282	0.03837738
35	ICBP	0.00008188	0.00142564	0.03775764
36	INCO	0.00352159	0.00154734	0.03933623
37	INDF	0.00213255	0.00059657	0.02442471
38	INTP	-0.00002931	0.00076466	0.02765257
39	ISAT	0.00198366	0.0004587	0.02141724
40	ITMG	0.00136127	0.00104269	0.03229075
41	JPFA	0.00740626	0.00165467	0.04067761
42	JSMR	-0.00007756	0.00041105	0.02027438
43	KIJA	0.00246688	0.00056297	0.0237269
44	KLBF	0.00056254	0.00056946	0.02386341
45	LINK	-0.00013145	0.00066493	0.02578618
46	LPCK	-0.00012309	0.00067889	0.02605547

No	Kode Saham	E(Ri)	$\sigma_i^2$	$\sigma_i$
47	LPKR	0.0003872	0.00049078	0.02215364
48	LPPF	0.00093387	0.00066072	0.02570438
49	LSIP	0.00187368	0.0007972	0.02823475
50	MAPI	0.00111802	0.00068797	0.02622925
51	MDLN	0.00051085	0.00056945	0.02386321
52	META	-0.0003533	0.0011126	0.03335565
53	MLPL	0.00099712	0.00171896	0.0414603
54	MNCN	0.00087884	0.00117803	0.03432239
55	MMPA	-0.00074757	0.00084804	0.02912106
56	PBRX	-0.00043709	0.00065836	0.02565843
57	PGAS	0.00054818	0.00101574	0.03187074
58	PNBN	-0.00018665	0.00067236	0.02592992
59	PNLF	-0.00019221	0.00085692	0.02927324
60	PTBA	0.00254477	0.00114529	0.03384217
61	PTPP	0.00144106	0.00034263	0.01851033
62	PWON	0.00226741	0.000743	0.027258
63	RALS	0.00340251	0.00080099	0.02830171
64	SCMA	0.00086653	0.00071838	0.02680259
65	SIDO	0.00043615	0.00031071	0.017627
66	SILO	-0.00126904	0.00079728	0.02823612
67	SIMP	0.00062068	0.00058894	0.02426809
68	SMGR	0.0006708	0.00064968	0.02548889
69	SMRA	0.00076306	0.00091423	0.03023623
70	SRIL	-0.00075808	0.00093129	0.03051711
71	SSIA	-0.0001577	0.00076114	0.02758871
72	SSMS	0.00040055	0.00049799	0.02231561
73	TARA	0.00137893	0.00023092	0.01519607
74	TBIG	-0.00071182	0.00061336	0.02476601
75	TINS	0.00162999	0.00082667	0.0287518
76	TLKM	0.00179917	0.00031834	0.01784202
77	UNTR	0.00041623	0.00074877	0.02736363
78	UNVR	0.00080384	0.00032725	0.01809015
79	WIKA	0.00094796	0.0004458	0.02111409
80	WSKT	0.00252237	0.00030524	0.01747126
81	WTON	0.00017219	0.00044013	0.02097929

Berdasarkan perhitungan *expected return*, ada 15 saham yang memiliki nilai *expected return* negatif yakni saham dengan kode saham BHIT, BMTR, INTP, JSMR, LINK, LPCK, META, MMPA, PBRX, PNB, PNLF, SILO, SRIL, SSIA, dan TBIG. Hal ini didasarkan bahwa saham-saham yang dimasukkan kedalam kandidat portofolio optimal adalah saham-saham yang memiliki nilai *expected return* positif. Sehingga terdapat 66 saham yang akan digunakan dalam perhitungan tahap selanjutnya.

Perhitungan *expected return*, varians, dan standar deviasi portofolio. Nilai didapat dengan merata-ratakan nilai *expected return*, varians, dan standar deviasi dari 66 saham yang ada pada Indeks Kompas 100. Hasilnya dapat dilihat pada tabel berikut

**Tabel 3.** Hasil Perhitungan *Expected return*, Varians, dan Standar Deviasi Portofolio

E(Rp)	0.001703146
$\sigma_p^2$	0.000812939
$\sigma_p$	0.027545837

#### 4.3 Formulasi Portofolio Markowitz

Berdasarkan pada persamaan (6) diatas, maka bentuk Persamaan portofolio Markowitz ke 66 saham dapat ditulis sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \min \sigma_p^2 = & 0.00080179w_1^2 + (2 \times 0.00008093)w_1w_2 \\ & + (2 \times 0.00006738)w_1w_3 + \dots \\ & + (2 \times 0.00013482)w_1w_{66} \\ & + 0.00087533w_2^2 + (2 \times 0.00017310)w_2w_3 \\ & + (2 \times 0.00013639)w_2w_4 + \dots \\ & + (2 \times 0.00011316)w_2w_{66} + \dots \\ & + 0.00044013w_{66}^2 + \dots \\ & + (2 \times 0.00014583)w_{65}w_{66} \end{aligned}$$

Dengan kendala

$$w_1 + w_2 + w_3 + \dots + w_{66} = 1$$

$$0.00042214w_1 + 0.00271764w_2 + 0.00219129w_3 + \dots + 0.00017219w_{66} = 0.001703146$$

$$w_1, w_2, w_3, \dots, w_{66} \geq 0$$

#### 4.4 Formulasi Pemrograman Kuadratik

Dari persamaan portofolio 66 saham Markowitz yang sudah dibentuk, kemudian persamaan itu dimasukkan kedalam bentuk persamaan kuadratik sesuai dengan persamaan (8) dan (9) diatas. Untuk lebih memudahkan persamaan kuadratik diubah kedalam bentuk matriks dibawah ini.

Fungsi tujuan:

$$\min \sigma_p^2 = \frac{1}{2} [w_1 \ w_2 \ \dots \ w_{66}] \begin{bmatrix} 0.00160358 & 0.00008093 & \dots & 0.00013482 \\ 0.00008093 & 0.00175066 & \dots & 0.00011316 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0.00013482 & 0.00011316 & \dots & 0.00088026 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_{66} \end{bmatrix}$$

Dengan kendala

$$[1 \ 1 \ \dots \ 1] \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_{66} \end{bmatrix} = 1$$

$$[0.0004221 \ 0.00271764 \ \dots \ 0.00017219] \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_{66} \end{bmatrix} = 0.001703146$$

#### 4.5 Portofolio Optimal

Persamaan kuadratik diatas diselesaikan menggunakan bantuan software matematika. Dimana didapatkan hasil sebagai berikut.

Tabel 4. Hasil Bobot

No	Kode Saham	w (Bobot)	No	Kode Saham	w (Bobot)
1	AALI	1.40E-19	34	INCO	2.91E-19
2	ACES	0.007867305	35	INDF	6.59E-19
3	ADHI	0.006737201	36	ISAT	0.063283909
4	ADRO	0.005417966	37	ITMG	-9.24E-21
5	AISA	0.019186377	38	JPFA	0.002616092
6	AKRA	0.039436348	39	KIJA	0.008461274
7	ANTM	0.043687026	40	KLBF	-1.27E-18
8	APLN	0.009955717	41	LPKR	0.009587947
9	ASII	-7.44E-20	42	LPPF	9.07E-05
10	ASRI	6.05E-19	43	LSIP	0.019784767
11	BBCA	0.050777388	44	MAPI	7.70E-19
12	BBNI	-7.38E-20	45	MDLN	0.012055587
13	BBRI	-1.18E-18	46	MLPL	9.63E-19
14	BBTN	0.060733454	47	MNCN	3.43E-19
15	BCIP	0.059027827	48	PGAS	-2.25E-18
16	BDMN	-1.96E-20	49	PTBA	6.48E-19
17	BEST	-6.99E-19	50	PTPP	0.025041438
18	BJBR	0.010250884	51	PWON	5.99E-19
19	BJTM	0.02866956	52	RALS	0.020223873
20	BKSL	0.0079143	53	SCMA	6.08E-18
21	BMRI	4.35E-19	54	SIDO	0.078652122
22	BSDE	-4.53E-19	55	SIMP	0.014292467
23	BUMI	0.016730927	56	SMGR	-2.36E-18
24	BWPT	0.002021084	57	SMRA	-2.30E-18
25	CPIN	5.45E-19	58	SSMS	0.031338831
26	CTRA	1.04E-18	59	TARA	0.073006652
27	DILD	0.050557122	60	TINS	4.08E-18
28	ELSA	2.66E-20	61	TLKM	0.048622779
29	EXCL	-2.92E-19	62	UNTR	2.60E-18
30	GGRM	0.028794086	63	UNVR	0.020009827
31	GIAA	0.03436365	64	WIKA	0.001752314
32	GJTL	0.014116286	65	WSKT	0.07067089
33	ICBP	1.40E-19	66	WTON	8.40E-19

Dari hasil pada tabel 5, bobot (w) sendiri menandakan bahwa seberapa besar dari total dana investor yang harus diinvestasikan pada saham. Hasil didapatkan bobot terbesar di peroleh oleh saham dengan kode SIDO yaitu sebesar 0.078652122. dan bobot terkecil diperoleh oleh saham dengan kode SMGR yaitu sebesar -2.36E-18. Nilai ini menunjukkan bahwa investor dapat mengalokasikan sejumlah dananya pada saham SIDO sebesar 0.078652122 dari

keseluruhan alokasi dana investor. Sedangkan untuk saham SMGR nilai bobot (w) bernilai negatif yaitu sebesar -2.36E-18, maka investor yang ingin mengalokasikan sejumlah dananya pada saham SMGR akan mengalami *short selling*.

## 5. KESIMPULAN DAN SARAN

### 5.1 Kesimpulan

Portofolio optimal diperoleh dengan mengalokasikan sejumlah dana pada 66 saham sesuai dengan bobot (w) yang diperoleh pada hasil. Dengan tingkat keuntungan portofolio sebesar 0.002703146, nilai bobot tertinggi diperoleh oleh saham dengan kode saham SIDO yaitu sebesar 0.078652122 sedangkan nilai bobot terendah diperoleh oleh saham dengan kode saham SMGR yaitu sebesar -2.36E-18. Nilai bobot (w) yang negatif pada saham menunjukkan terjadinya *short sell* pada saham tersebut.

### 5.2 Saran

Bagi investor dalam pemilihan investasi saham sebaiknya mengalokasikan seluruh dananya tidak hanya pada satu saham/perusahaan saja tapi beberapa saham, agar tingkat keuntungan yang didapatkan lebih besar dengan resiko yang kecil berdasarkan portofolio yang dibentuk.

## REFERENSI

- [1] Halim, A. 2003. Analisis Investasi. Salemba Empat, Jakarta.
- [2] Tandililin, E. 2017. Pasar Modal Manajemen Portofolio dan Investasi. PT Kanisius, Yogyakarta.
- [3] Sunarriyah. 2004. Pengantar Pengetahuan Pasar Modal. Edisi Keempat. UMP AMP YKPN, Yogyakarta.
- [4] Hartono, J. 2015. Teori Portofolio dan Analisis Investasi. BPFE, Yogyakarta.
- [5] Wang, Jiang. 2003. *Lecture Notes : Portfolio Theory*. Fall
- [6] Winston, W.L. 2004. *Operation Research Applications And Algorithms. Fourth Edition*. Thomson Learning, Inc, Canada.
- [7] Hiller, F. S and Lieberman, G. J. 2001. *Introduction To Operations Research. Seventh Edition*. McGraw-Hill, Inc, Singapore.
- [8] Bursa Efek Indonesia. [http://www.idx.co.id/pPortals/o/StaticData/MarketInformation/ListOfSecurities/IndexConstituent/Kompas100/20150729\\_Peng-00699\\_BEI.OPP\\_07\\_2015.pdf](http://www.idx.co.id/pPortals/o/StaticData/MarketInformation/ListOfSecurities/IndexConstituent/Kompas100/20150729_Peng-00699_BEI.OPP_07_2015.pdf) [26 Januari 2017].
- [9] Saham Kompas 100. <http://www.sahamok.com/bei/kompas-100/amp/> [26 januari 2017]
- [10] Yahoo Finance. <http://www.finance.yahoo.com> [18 februari 2017].
- [11] Rindengan, A dan Langi, Y. 2018. Program

Linear. CV Patra Media Gravindo,  
Bandung.

- [12] Ibrahim, M. 2017. Analisis Keakuratan *Capital Asset Pricing Model* (CAPM) dan *Arbitrage Pricing Theory* (APT) dalam Memprediksi *Expected Saham* pada LQ45. Jurnal d'Cartesian. Vol 6(1):31-44

Shintya G. Filrissa ([shin.filrissa@gmail.com](mailto:shin.filrissa@gmail.com))



Lahir di Inobonto, 13 Oktober 1994. Menempuh pendidikan tinggi Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Sam Ratulangi Manado. Tahun 2019 adalah tahun terakhir ia menempuh studi. Makalah ini merupakan hasil penelitian skripsinya yang dipublikasikan.

Tohap Manurung ([Tohapm@unsrat.ac.id](mailto:Tohapm@unsrat.ac.id))



Lahir di Toba, 24 Desember 1979. Pada tahun 2010 memperoleh gelar Magister Sains (M.Si) dari Institut Teknologi Bandung. Menjadi pengajar tetap di Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Sam Ratulangi Manado.

Jullia Titaley ([july\\_titaley@unsrat.ac.id](mailto:july_titaley@unsrat.ac.id))



Lahir di Ambon, 18 Juli 1972. Pada tahun 2001 memperoleh gelar Magister Sains (M.Si) dari Universitas Gajah Mada. Menjadi pengajar tetap di Jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Sam Ratulangi

Manado.