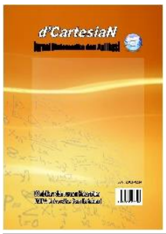


d'CartesiaN

Jurnal Matematika dan Aplikasi

p-ISSN:2302-4224 e-ISSN: 2685-1083

Journal homepage: https://ejournal.unsrat.ac.id/index.php/decartesian

Analisis Antrian Pada "Supermarket Cool" Tomohon Menggunakan Teori Antrian Untuk Menentukan Pelayanan Yang Optimal

Imelda C.B.C. Chan[1], Marline S. Paendong[1], Tohap Manurung[1*]

[1]Jurusan Matematika–Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam–Universitas Sam Ratulangi Manado, Indonesia

[*]Corressponding author : imeldachan103@student.unsrat.ac.id

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan menentukan model antrian, rata-rata jumlah kedatangan pelanggan serta rata-rata pelayanan, dan optimalisasi jumlah pelayanan kasir. Metode analisis yang digunakan yaitu metode observasi atau pengamatan secara langsung, dengan analisis deskriptif dan analisis Model Antrian Jalur Berganda, yaitu terdapat lebih dari satu fasilitas pelayanan atau struktur antrian yang diterapkan yaitu *multi channel single phase*. Hasil dari penelitian pada "Supermarket Cool" Tomohon dengan perhitungan Model Antrian Jalur Berganda menunjukan bahwa terjadi antrian yang panjang pada siang hari pukul 11:00WITA-13:00WITA dengan jumlah pelanggan dalam antrian yaitu 4 pelanggan dengan waktu antrian 8-9 menit, dan banyaknya pelanggan dalam sistem yaitu 2 pelanggan dengan waktu pelanggan dalam sitem yaitu 4.638 menit. Selanjutnya pada malam hari pukul 18:00WITA-20:00WITA dengan jumlah pelanggan dalam antrian yaitu 3 pelanggan dengan waktu antrian 6-7 menit, dan banyaknya pelanggan dalam sistem yaitu 2 pelanggan dengan waktu antrian yaitu 3-4 menit. Berdasarkan hasil perhitungan dengan menambah 2 fasilitas kasir pada jam sibuk agar dapat mengurangi antrian yang panjang.

INFO ARTIKEL

Diterima : -

Diterima setelah revisi : -

Tersedia *online* : -

Kata Kunci:
Antrian
Multi Channel Single Phase
Model Antrian Jalur Berganda
Rata-rata Kedatangan
Rata-rata Pelayanan

ABSTRACT

This study aims to determine queuing model, the average amount of customer visit, average service of the supermarket, and optimization of the cashier service quantity. The analysis method that has been implied for this study is direct observation and used descriptive analysis and multiple lane queuing model that has more than one service facility or queuing structure that has been applied at the supermarket which is multi-channel single phase. The result of the study showed was a long queue at the noon around 11 am to 1 pm. There were 4 customers who had been waiting for 8 to 9 minutes. In addition, during the evening service time, there were 3 customers in the line and spent 6-7 minutes for the payment transaction. This happened around 6 pm to 8 pm. The results showed that by adding 2 cashier facilities during the peak hours shortened the queuing line.

ARTICLE INFO

Accepted : -

Accepted after revision : -

Available online : -

Keywords:
Queuing
Multi-Channel Single Phase
Multiple Lane Queuing Model
Average Visit
Average Service

1. PENDAHULUAN

Pertumbuhan manusia semakin meningkat seiring bertambahnya waktu, begitu juga dengan kemajuan di segala sektor, salah satunya sektor industri yang mengalami kemajuan pesat baik jasa ataupun barang. Perkembangan zaman membuat munculnya banyak pasar modern sehingga banyak masyarakat yang tadinya berbelanja di pasar tradisional beralih ke pasar modern. Salah satu contoh pasar modern adalah *supermarket*.

Pemenuhan tuntutan pelanggan baik dari segi kuantitas maupun kualitas, menyebabkan dunia usaha harus terus berjuang dalam peningkatan kualitas pelayanan. Dalam sistem antrian, kecepatan waktu pelayanan mempengaruhi panjangnya antrian. Bila perusahaan lambat dalam proses pelayanan, maka antrian akan panjang, sebaliknya jika perusahaan dapat memberi pelayanan terbaik dalam waktu singkat maka antrian yang terbentuk tidak terlalu panjang [3].

Antrian merupakan suatu kegiatan dimana beberapa orang berbaris atau menunggu pada suatu fasilitas pelayanan kemudian dilayani, dan akhirnya meninggalkan fasilitas tersebut setelah dilayani untuk memenuhi sesuatu yang mereka inginkan [5].

Dalam model-model antrian, kedatangan pelanggan dan waktu pelayanan dijelaskan dalam bentuk sebaran peluang yang umumnya disebut sebagai sebaran kedatangan dan sebaran waktu pelayanan, selain kedua fakor tersebut faktor lain yang juga cukup penting dalam pengembangan model-model antrian, yaitu rancangan sarana pelayanan, peraturan pelayanan dan prioritas pelayanan, ukuran antrian dan perilaku manusia [7].

Penelitian ini dilakukan untuk menetukan model antrian yang diterapkan pada kasir, dengan menentukan rata-rata jumlah kedatangan pelanggan dan rata-rata waktu pelayanan. Dan penelitian ini juga dilakukan untuk menentukan optimasi pelayanan kasir di *Supermarket Cool*, dengan menentukan kapan waktu yang tepat untuk menambah atau mengurangi jumlah kasir yang ada.

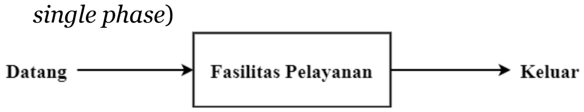
Teori Antrian

Antrian merupakan suatu kegiatan dimana beberapa orang (pelanggan) berbaris atau menunggu pada suatu fasilitas pelayanan kemudian dilayani, dan akhirnya meninggalkan fasilitas tersebut setelah dilayani untuk memenuhi sesuatu yang mereka inginkan [5].

Struktur Antrian

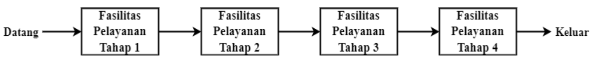
Struktur kedatangan suatu pelanggan terdiri atas 4 model umum, yaitu :

1. Satu jalur dan satu tahap pelayanan (*single channel single phase*)



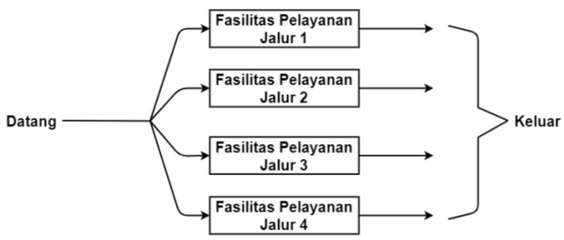
Gambar 1. *Single Channel Single Phase*

2. Satu jalur dan banyak tahap pelayanan (*single channel multi phase*)



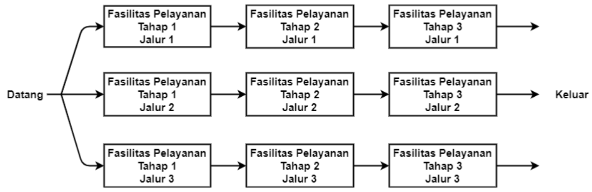
Gambar 2. *Single Channel Multi Phase*

3. Banyak jalur dan satu tahap pelayanan (*multi channel single phase*)



Gambar 3. *Multi Channel Single Phase*

4. Banyak jalur dan banyak tahap (*multi channel multi phase*) [4]



Gambar 4. *Multi Channel Multi Phase*

Karakteristik Sistem Antrian

Ada tiga komponenkarakteristik dalam sistem antrian, yaitu :

1. Karakteristik kedatangan, terdiri atas 3 karakteristik yaitu :
   - ukuran populasi
   - perilaku kedatangan
   - pola kedatangan
2. Karakteristik antrian, terdiri atas 4 aturan antrian yaitu :
   - *First In First Out* (FIFO)
   - *Last In First Out* (LIFO)
   - *Service In Random Order* (SIRO)
   - *Priority Service* (PS)
3. Karakteristik pelayanan, terdapat dua hal penting yaitu :
   - Desain sistem pelayanan
   - Distribusi waktu pelayanan

Distribusi Poisson

Distribusi Poisson biasanya digunakan untuk kejadian yang jarang terjadi dalam interval waktu yang singkat dalam luas area atau ruang yang kecil. Beberapa kejadian misalnya jumlah klaim terhadap asuransi selama satu minggu tertentu, banyaknya kecelakaan di perempatan jalan pada periode waktu tertentu [11].

Misalkan X adalah peubah acakyang menyatakan jumlah kejadian distribusi Poisson, maka untuk fungsi peluangnya dirumuskan sebagai berikut:

$$p_k = \Pr(\mathrm{X} = \mathrm{k}) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}; k = 0,1,2,\ldots \qquad (1)$$

Keterangan :

p_k : peluang terjadinya kkejadian sukses
k : jumlah kejadian yang diharapkan
λ : rata-rata hitung
e : bilangan Euler ($e = 2.71828$)

Rata-rata kedatangan mengikuti distribusi Poisson (λ). Adapun rumus mencari jumlah rata-rata kedatangan persatuan waktu yaitu :

$$\lambda = \frac{total\ kedatangan}{waktu\ pengamatan} \qquad (2)$$

Untuk menghitung nilai χ^2 dari data pengamatan pada $h_1, h_2, \ldots, h_7$ terlebih dahulu ditentukan nilai waktu kedatangan yang diterapkan dengan menggunakan rumus sebaran Poisson dan mengambil nilai $t = 1$ pada rumus sebaran Poisson. Untuk menentukan nilai χ^2 maka digunakan rumus dalam persamaan (3).

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(\lambda_i - \bar{\lambda})^2}{\bar{\lambda}} \quad (3)$$

Keterangan :
λ_i : Rata-rata kedatangan pada waktu ke-i
$\bar{\lambda}$: Rata-rata kedatangan
k : Banyaknya pengamatan
Kriteria keputusan dilakukan dengan terima rata-rata kedatangan bersebaran Poisson apabila $\chi^2_{hitung} \leq \chi^2_{tabel}$ dalam hal lain keputusan ditolak [7].

Distribusi Eksponensial

Jika waktu kedatangan suatu peristiwa didistribusikan sebagai eksponensial, maka yang merupakan kebalikan dari yang diharapkan atau waktu tunggu suatu kejadian dalam satuan interval waktu diditribusikan sebagai poisson. Distribusi Eksponensial ini merupakan distribusi yang banyak dipakai dalam sistem antrian. Rata-rata pelayanan mengikuti distribusi Eksponensial (μ). Rumus mencari jumlah rata-rata pelayanan persatuan waktu yaitu [10]:

$$\mu = \frac{1}{Jumlah\ Rata - rata\ Pelayanan} \quad (4)$$

Untuk menghitung nilai χ^2 dari data pengamatan pada $h_1, h_2, \ldots, h_7$ terlebih dahulu ditentukan nilai waktu pelayanan yang diharapkan dengan menggunakan rumus sebaran Eksponensial dan mengambil nilai $t = 1$. Untuk menentukan nilai χ^2 maka digunakan rumus dalam persamaan (5).

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(\mu_i - \mu_{i\ harapan})^2}{\mu_{i\ harapan}} \quad (5)$$

Keterangan :
μ_i : Rata-rata pelayanan pada waktu ke-i
$\mu_{i\ harapan}$: Rata-rata pelayanan harapan waktu ke-i
k : Banyaknya pengamatan
Kriteria keputusan dilakukan dengan terima rata-rata kedatangan bersebaran Eksponensial apabila $\chi^2_{hitung} \leq \chi^2_{tabel}$ dalam hal lain keputusan ditolak.

Lama pelayanan yang di hitung sejak kedatangan pelanggan dalam sistem antrian sampai selesai pelayanan mengikuti sebaran Eksponensial, dengan membandingkan sampel waktu pelayanan yang sebenarnya dengan waktu pelayanan yang diharapakan, dengan rumus berikut [8] :

$$p(t) = \mu e^{-\mu t}; t \geq 0 \quad (6)$$

Keterangan :
μ : Rata-rata tiap pelayanan (unit pelayanan per unit waktu)
e : Bilangan Navier ($e = 2.71828183$)
t : Waktu lamanya pelayanan (unit pelayanan per unit waktu)

Model Antrian

Terdapat empat model antrian, yaitu [4] :

1. Model A (M/M/1) : *Single-Server Query System* atau Model Antrian Jalur Tunggal

   Model antrian ini menggunakan jalur antrian tunggal atau satu stasiun pelayanan dan menjadi permasalahan yang paling umum dalam sistem antrian. Sumber kedatangan membentuk satu jalur tunggal untuk dilayani oleh stasiun tunggal. Rumus antrian untuk Model A adalah :

   a) Probabilitas tidak ada pelanggan dalam sistem.
   $$P_0 = 1 - \frac{\lambda}{\mu} \quad (7)$$
   b) Probabilitas terdapat lebih dari sejumlah k pelanggan dalam sistem.
   $$P_{n>k} = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{k+1} \quad (8)$$
   c) Jumlah rata-rata pelanggan dalam antrian
   $$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} \quad (9)$$
   d) Jumlah rata-rata pelanggan dalam sistem
   $$L_s = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} \quad (10)$$
   e) Rata-rata waktu pelanggan menunggu dalam antrian
   $$W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{L_q}{\lambda} \quad (11)$$
   f) Rata-rata waktu pelanggan menunggu dalam sistem
   $$W_s = \frac{1}{\mu - \lambda} \quad (12)$$
   g) Faktor utilisasi fasilitas pelayanan
   $$\rho = \frac{\lambda}{\mu} \quad (13)$$

2. Model B (M/M/S) : *Multiple-Channel Query System* atau Model Antrian Jalur Berganda

   Sistem antrian jalur berganda terdapat dua atau lebih jalur atau stasiun pelayanan yang tersedia untuk menangani pelanggan yang akan datang. Asumsi bahwa pelanggan yang menunggu pelayanan membentuk satu jalur yang akan dilayani pada stasiun pelayanan yang tersedia pertama kali saat itu. Pelayanan dilakukan secara *first-come, first-served*, dan semua stasiun pelayanan yang sama. Rumus antrian untuk Model B adalah :

   a) Probabilitas tidak ada pelanggan dalam sistem
   $$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{M-1} \frac{1}{n!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \frac{1}{M!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^M \frac{M\mu}{M\mu - \lambda}} \quad (14)$$
   b) Jumlah rata-rata pelanggan dalam sistem
   $$L_s = \frac{\lambda\mu\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^M}{(M-1)!\,(M\mu - \lambda)^2} P_0 + \frac{\lambda}{\mu} \quad (15)$$
   c) Jumlah rata-rata pelanggan dalam antrian
   $$L_q = \frac{\lambda\mu\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^M}{(M-1)!\,(M\mu - \lambda)^2} P_0 \quad (16)$$
   d) Rata-rata waktu pelanggan menunggu dalam sistem
   $$W_s = \frac{\mu\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^M}{(M-1)!\,(M\mu - \lambda)^2} P_0 + \frac{1}{\mu} \quad (17)$$

e) Rata-rata waktu pelanggan menunggu dalam antrian

$$W_q = \frac{\mu\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^M}{(M-1)!\,(M\mu-\lambda)^2} P_0 \quad (18)$$

3. Model c (M/D/1) : *Constant Service* atau Waktu Pelayanan Konstan

Beberapa sistem memiliki waktu pelayanan yang tetap, dan bukan berdistribusi seperti biasanya. Rumusan antrian Model C dapat dikembangkan sebagai berikut :

a) Jumlah rata-rata pelanggan dalam antrian

$$L_q = \frac{\lambda^2}{2\mu(\mu-\lambda)} \quad (19)$$

b) Rata-rata waktu pelanggan menunggu dalam antrian

$$L_s = L_q + \frac{\lambda}{\mu} \quad (20)$$

c) Jumlah rata-rata pelanggan dalam sistem

$$W_q = \frac{\lambda}{2\mu(\mu-\lambda)} \quad (21)$$

d) Rata-rata waktu pelanggan menunggu dalam sistem.

$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu} \quad (22)$$

4. Model D : Populasi Terbatas

Model ini berbeda dengan ketiga model yang lain, karena saat ini terdapat hubungan saling ketergantungan antara panjang antrian dan rata-rata kedatangan. Ketika terdapat sebuah populasi pelanggan potensial yang terbatas bagi sebuah fasilitas pelayanan. Rumus antrian Model D adalah sebagai berikut :

a) Probabilitas tidak adanya pelanggan dalam sistem

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{M} \frac{M!}{(M-n)!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n} \quad (23)$$

b) Jumlah rata-rata pelanggan dalam antrian

$$L_q = M - \left(\frac{\lambda+\mu}{\lambda}\right)(1-P_0) \quad (24)$$

c) Jumlah rata-rata pelanggan dalam sistem

$$L_s = L_q(1-P_0) \quad (25)$$

d) Rata-rata waktu pelanggan menunggu dalam antrian

$$W_q = \frac{L_q}{(N-L_s)\lambda} \quad (26)$$

e) Rata-rata waktu pelanggan menunggu dalam sistem

$$W_s = W_q + \frac{1}{\mu} \quad (27)$$

f) Peluang dari n jumlah sistem

$$P_n = \frac{M!}{(M-n)!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n P_0 \; untuk \; n = 0,1,2,\ldots,N \quad (28)$$

Keterangan :

λ : Rata-rata kedatangan persatuan waktu
μ : Rata-rata pelayanan persatuan waktu
P_0 :Probabilitas tidak terdapat pelanggan dalam sistem
L_q : Rata-rata jumlah pelanggan dalam antrian
L_s : Rata-rata jumlah pelanggan dalam sistem
W_q : Rata-rata waktu pelanggan dalam antrian
W_s : Rata-rata waktu pelanggan dalam sistem
M : Jumlah jalur pelayanan
n : Jumlah sistem
P_n : Peluang dari n jumlah sistem
$P_{n>k}$:Probabilitas terdapat lebih dari sejumlah k nasabah dalam sistem. Dimana n adalah jumlah fasilitas dalam sistem

2. METODOLOGI PENELITIAN

Waktu dan Tempat Penelitian

Penelitian dilaksanakan selama bulan November 2022 sampai dengan bulan April 2023. Penelitian dilaksanakan di “Supermarket Cool” Tomohon dan untuk analisis data dilakukan di Laboratorium Komputer Dasar Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.

Metode Pengumpulan Data

Data dalam penelitian ini menggunakan data primer yaitu melalui pengamatan secara langsung lewat file rekaman CCTV, bagaimana pola antrian pada kasir yang ada di *Supermarket Cool*. Metode yang digunakan yaitu metode observasi atau pengamatan. Pengambilan data dilakukan selama 7 hari, pada jam kerja pukul 08:00WITA-22:00WITA.

Metode penelitian

Metode penelitian pada Analisis Antrian pada *Supermarket Cool* Tomohon Menggunakan Teori Antrian untuk Menentukan Pelayanan yang Optimal adalah sebagai berikut :

1. Pengambilan data
2. Menentukan rata-rata waktu pelayanan, dengan rumus :

$$\mu = \frac{1}{Jumlah\ Rata-rata\ Pelayanan}$$

dan rata-rata waktu kedatangan dengan rumus :

$$\lambda = \frac{total\ kedatangan}{waktu\ pengamatan}$$

3. Uji hipotesis

Uji Kesesuaian Poisson :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{\left(\lambda_i - \bar{\lambda}\right)^2}{\bar{\lambda}}$$

Uji Kesesuaian Eksponensial :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{\left(\mu_i - \mu_{i\ harapan}\right)^2}{\mu_{i\ harapan}}$$

4. Analisis sistem antrian dengan menggunakan model jalur berganda

a) Probabilitas tidak ada pelanggan dalam sistem

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{M-1} \frac{1}{n!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \frac{1}{M!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^M \frac{M\mu}{M\mu-\lambda}} \quad (14)$$

b) Jumlah rata-rata pelanggan dalam sistem

$$L_s = \frac{\lambda\mu\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^M}{(M-1)!\,(M\mu-\lambda)^2}P_0 + \frac{\lambda}{\mu} \quad (15)$$

c) Jumlah rata-rata pelanggan dalam antrian

$$L_q = \frac{\lambda\mu\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^M}{(M-1)!\,(M\mu-\lambda)^2}P_0 \quad (16)$$

d) Rata-rata waktu pelanggan menunggu dalam sistem

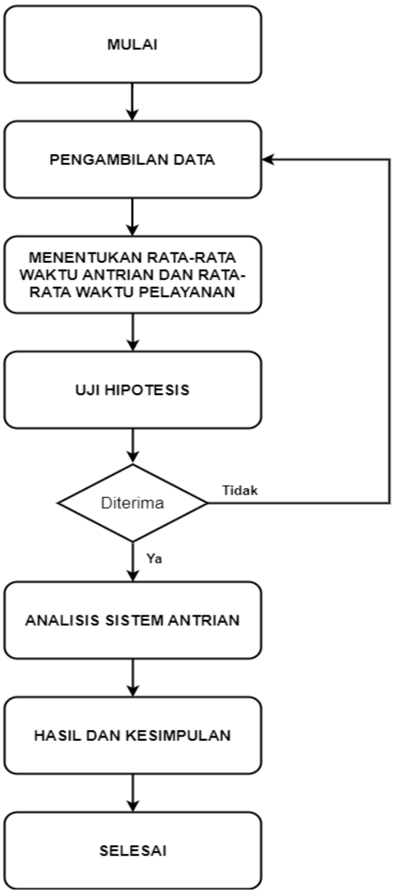
$$W_s = \frac{\mu\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^M}{(M-1)!\,(M\mu-\lambda)^2}P_0 + \frac{1}{\mu} \quad (17)$$

e) Rata-rata waktu pelanggan menunggu dalam antrian

$$W_q = \frac{\mu\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^M}{(M-1)!\,(M\mu-\lambda)^2}P_0 \quad (18)$$

5. Hasil dan kesimpulan

Diagram Alur Penelitian

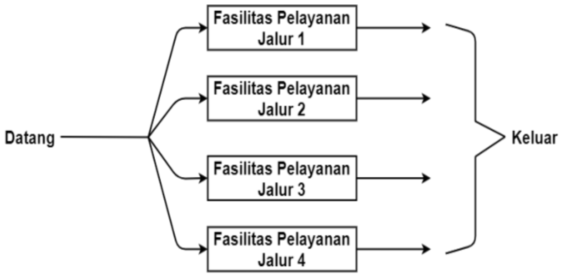


Gambar 5. Diagram Alur Penelitian

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Analisis Deskriptif

Berdasarkan hasil pengamatan selama jam buka toko sampai waktu tutup toko, diperoleh irisan waktu dimana terdapat banyak pelanggan atau terjadi keramaian di kasir yairu pukul 11:00WITA-13:00WITA dan pukul 18:00WITA-20:00WITA. Disiplin antrian mengikuti *First In First Out* (FIFO), dengan struktur kedatangan menggunakan *Multi Channel Single Phase*.



Gambar 6. *Multi Channel Single Phase*

Analisis Data Penelitian

Rata-rata Jumlah Kedatangan Pelanggan

Menghitung rata-rata jumlah kedatangan pelanggan menggunakan rumus :

$$\lambda = \frac{total\ kedatangan}{waktu\ pengamatan}$$

Tabel 1. Rata-rata Jumlah Kedatangan Pelanggan Bagian I

Waktu	Fasilitas	Senin (h_1)	Selasa (h_2)	Rabu (h_3)	Kamis (h_4)	Jumat (h_5)	Sabtu (h_6)	Minggu (h_7)
18:00-19:00	Kasir 1	36	29	32	26	26	27	30
	kasir 2	-	27	29	34	24	31	27
	Kasir 3	44	33	32	33	23	37	36
	Kasir 4	35	24	24	29	35	28	35
19:00-20:00	Kasir 1	41	32	35	27	23	35	32
	kasir 2	-	25	27	25	25	30	25
	Kasir 3	36	32	35	36	24	32	30
	Kasir 4	23	21	37	32	28	35	21
Jumlah		215	223	251	242	208	255	236
Rata-rata Per Kasir		53.750	55.750	62.750	60.500	52.000	63.750	59.000
Rata-rata Per Jam		26.875	27.875	31.375	30.250	26.000	31.875	29.500
Rata-rata Per Menit (λ)		0.448	0.465	0.523	0.504	0.433	0.531	0.492

Uji kesesuaian Poisson :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k}\frac{(\lambda_i - \bar{\lambda})}{\bar{\lambda}} = \frac{0.00188}{0.534} = 0.0352$$

Berdasarkan nilai batas kritis χ^2 dengan taraf nyata $a = 0.05$ dan $k = 6$, maka :

$$\chi^2_{(1-a)(k-1)} = \chi^2_{(0.95)(5)} = 1.1455$$

Sehingga $\chi^2{}_{hitung} < \chi^2{}_{tabel}$, maka H_0 diterima bahwa kedatangan pelanggan berdistribusi Poisson.

Tabel 2. Rata-rata Jumlah Kedatangan Pelanggan Bagian II

Waktu	Fasilitas	Senin (h_1)	Selasa (h_2)	Rabu (h_3)	Kamis (h_4)	Jumat (h_5)	Sabtu (h_6)	Minggu (h_7)
18:00-19:00	Kasir 1	36	29	32	26	26	27	30
	kasir 2	-	27	29	34	24	31	27
	Kasir 3	44	33	32	33	23	37	36
	Kasir 4	35	24	24	29	35	28	35
19:00-20:00	Kasir 1	41	32	35	27	23	35	32
	kasir 2	-	25	27	25	25	30	25
	Kasir 3	36	32	35	36	24	32	30
	Kasir 4	23	21	37	32	28	35	21
Jumlah		215	223	251	242	208	255	236
Rata-rata Per Kasir		53.750	55.750	62.750	60.500	52.000	63.750	59.000
Rata-rata Per Jam		26.875	27.875	31.375	30.250	26.000	31.875	29.500
Rata-rata Per Menit (λ)		0.448	0.465	0.523	0.504	0.433	0.531	0.492

Uji kesesuaian Poisson :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k}\frac{(\lambda_i - \bar{\lambda})}{\bar{\lambda}} = \frac{0.008450}{0.485} = 0.0174$$

Berdasarkan nilai batas kritis χ^2 dengan taraf nyata $a = 0.05$ dan $k = 7$, maka :

$$\chi^2_{(1-a)(k-1)} = \chi^2_{(0.95)(6)} = 1.6354$$

Sehingga $\chi^2{}_{hitung} < \chi^2{}_{tabel}$, maka H_0 diterima bahwa kedatangan pelanggan berdistribusi Poisson.

Rata-rata Pelayanan Kasir

Menghitung rata-rata waktu pelayanan kasir menggunakan rumus :

$$\mu = \frac{1}{Jumlah\ Rata-rata\ Pelayanan}$$

Dengan rumus menghitung rata-rata waktu pelayanan yang diharapkan :

$$p(t) = \mu e^{-\mu t}; t \geq 0$$

Tabel 3. Rata-rata Pelayanan Kasir 1

Jam	Senin (h_1)	Selasa (h_2)	Rabu (h_3)	Kamis (h_4)	Jumat (h_5)	Sabtu (h_6)	Minggu (h_7)
11:00-12:00	2.400	1.600	2.333	1.350	1.517	1.650	-
12:00-13:00	1.467	1.583	1.567	1.683	1.283	1.550	-
Jumlah	3.867	3.183	3.900	3.033	2.800	3.200	-
Rata-rata Pelayanan Per Menit	1.933	1.592	1.950	1.517	1.400	1.600	-
Rata-rata Pelayanan (μ)	0.517	0.628	0.513	0.659	0.714	0.625	-
$\mu_{harapan}$	0.308	0.335	0.307	0.341	0.350	0.335	-
18:00-19:00	2.217	2.067	1.700	2.350	1.667	2.250	2.050
19:00-20:00	1.900	1.617	1.783	2.200	2.150	2.033	1.617
Jumlah	4.117	3.683	3.483	4.550	3.817	4.283	3.667
Rata-rata Pelayanan Per menit	2.058	1.842	1.742	2.275	1.908	2.142	1.833
Rata-rata Pelayanan(μ)	0.486	0.543	0.574	0.440	0.524	0.467	0.545
$\mu_{harapan}$	0.299	0.315	0.323	0.283	0.310	0.293	0.316

Uji kesesuaian Eksponensial
Bagian I :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(\mu_i - \mu_{i\ harapan})^2}{\mu_{i\ harapan}} = \frac{0.4905}{1.976} = 0.2483$$

Berdasarkan nilai batas kritis χ^2 dengan taraf nyata $a = 0.05$ dan $k = 6$, maka :

$$\chi^2_{(1-a)(k-1)} = \chi^2_{(0.95)(5)} = 1.1455$$

Sehingga $\chi^2{}_{hitung} < \chi^2{}_{tabel}$, maka H_0 diterima bahwa pelayanan kasir berdistribusi Eksponensial.
Bagian II :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(\mu_i - \mu_{i\ harapan})^2}{\mu_{i\ harapan}} = \frac{0.3027}{2.140} = 0.1414$$

Berdasarkan nilai batas kritis χ^2 dengan taraf nyata $a = 0.05$ dan $k = 7$, maka :

$$\chi^2_{(1-a)(k-1)} = \chi^2_{(0.95)(6)} = 1.1455$$

Sehingga $\chi^2{}_{hitung} < \chi^2{}_{tabel}$, maka H_0 diterima bahwa pelayanan kasir berdistribusi Eksponensial.

Tabel 4. Rata-rata Pelayanan Kasir 2

Jam	Senin (h_1)	Selasa (h_2)	Rabu (h_3)	Kamis (h_4)	Jumat (h_5)	Sabtu (h_6)	Minggu (h_7)
11:00-12:00	-	-	-	-	-	-	-
12:00-13:00	-	-	-	-	-	-	-
Jumlah	-	-	-	-	-	-	-
Rata-rata Pelayanan Per Menit	-	-	-	-	-	-	-
Rata-rata Pelayanan(μ)	-	-	-	-	-	-	-
$\mu_{harapan}$	-	-	-	-	-	-	-
18:00-19:00	-	1.800	2.067	1.900	1.817	2.117	1.800
19:00-20:00	-	1.817	1.783	1.817	1.567	2.233	1.733
Jumlah	-	3.617	3.850	3.717	3.383	4.350	3.533
Rata-rata Pelayanan Per menit	-	1.808	1.925	1.858	1.692	2.175	1.767
Rata-rata Pelayanan(μ)	-	0.553	0.519	0.538	0.591	0.460	0.566
$\mu_{harapan}$	-	0.318	0.309	0.314	0.327	0.290	0.321

Uji kesesuaian Eksponensial
Bagian II :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(\mu_i - \mu_{i\ harapan})^2}{\mu_{i\ harapan}} = \frac{0.3078}{1.880} = 0.1637$$

Berdasarkan nilai batas kritis χ^2 dengan taraf nyata $a = 0.05$ dan $k = 7$, maka :

$$\chi^2_{(1-a)(k-1)} = \chi^2_{(0.95)(6)} = 1.1455$$

Sehingga $\chi^2{}_{hitung} < \chi^2{}_{tabel}$, maka H_0 diterima bahwa pelayanan kasir berdistribusi Eksponensial.

Tabel 5. Rata-rata Pelayanan Kasir 3

Jam	Senin (h_1)	Selasa (h_2)	Rabu (h_3)	Kamis (h_4)	Jumat (h_5)	Sabtu (h_6)	Minggu (h_7)
11:00-12:00	1.850	2.633	1.900	2.050	1.600	1.350	-
12:00-13:00	1.617	1.850	1.833	1.850	1.583	2.233	-
Jumlah	3.467	4.483	3.733	3.900	3.183	3.583	-
Rata-rata Pelayanan Per Menit	1.733	2.242	1.867	1.950	1.592	1.792	-
Rata-rata Pelayanan(μ)	0.577	0.446	0.536	0.513	0.628	0.558	-
$\mu_{harapan}$	0.324	0.286	0.314	0.307	0.335	0.319	
18:00-19:00	2.667	1.700	2.050	1.700	4.700	1.367	1.633
19:00-20:00	1.500	1.833	1.617	1.633	2.233	1.850	1.900
Jumlah	4.167	3.533	3.667	3.333	6.933	3.217	3.533
Rata-rata Pelayanan Per menit	2.083	1.767	1.833	1.667	3.467	1.608	1.767
Rata-rata Pelayanan(μ)	0.480	0.566	0.545	0.600	0.288	0.622	0.566
$\mu_{harapan}$	0.297	0.321	0.316	0.329	0.216	0.334	0.321

Uji kesesuaian Eksponensial
Bagian I :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(\mu_i - \mu_{i\ harapan})^2}{\mu_{i\ harapan}} = \frac{0.3243}{1.885} = 0.1721$$

Berdasarkan nilai batas kritis χ^2 dengan taraf nyata $a = 0.05$ dan $k = 6$, maka :

$$\chi^2_{(1-a)(k-1)} = \chi^2_{(0.95)(5)} = 1.1455$$

Sehingga $\chi^2{}_{hitung} < \chi^2{}_{tabel}$, maka H_0 diterima bahwa pelayanan kasir berdistribusi Eksponensial.
Bagian II :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(\mu_i - \mu_{i\ harapan})^2}{\mu_{i\ harapan}} = \frac{0.3672}{2.135} = 0.1720$$

Berdasarkan nilai batas kritis χ^2 dengan taraf nyata $a = 0.05$ dan $k = 7$, maka :

$$\chi^2_{(1-a)(k-1)} = \chi^2_{(0.95)(6)} = 1.1455$$

Sehingga $\chi^2{}_{hitung} < \chi^2{}_{tabel}$, maka H_0 diterima bahwa pelayanan kasir berdistribusi Eksponensial.

Tabel 6. Rata-rata Pelayanan Kasir 4

Jam	Senin (h_1)	Selasa (h_2)	Rabu (h_3)	Kamis (h_4)	Jumat (h_5)	Sabtu (h_6)	Minggu (h_7)
11:00-12:00	1.900	1.467	1.850	1.983	2.633	1.550	-
12:00-13:00	1.833	1.283	1.650	1.583	2.267	1.233	-
Jumlah	3.733	2.750	3.500	3.567	4.900	2.783	-
Rata-rata Pelayanan Per Menit	1.867	1.375	1.750	1.783	2.450	1.392	-
Rata-rata Pelayanan(μ)	0.536	0.727	0.571	0.561	0.408	0.719	-
$\mu_{harapan}$	0.314	0.351	0.323	0.320	0.271	0.350	-
18:00-19:00	2.967	2.967	2.967	2.067	1.417	2.283	2.967
19:00-20:00	2.383	2.350	2.350	1.617	2.333	2.217	2.350
Jumlah	5.350	5.317	5.317	3.683	3.750	4.500	5.317
Rata-rata Pelayanan Per menit	2.675	2.658	2.658	1.842	1.875	2.250	2.658
Rata-rata Pelayanan(μ)	0.374	0.376	0.376	0.543	0.533	0.444	0.376
$\mu_{harapan}$	0.257	0.258	0.258	0.315	0.313	0.285	0.258

Uji kesesuaian Eksponensial
Bagian I :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(\mu_i - \mu_{i\,harapan})^2}{\mu_{i\,harapan}} = \frac{0.4648}{1.929} = 0.2409$$

Berdasarkan nilai batas kritis χ^2 dengan taraf nyata $a = 0.05$ dan $k = 6$, maka :

$$\chi^2_{(1-a)(k-1)} = \chi^2_{(0.95)(5)} = 1.1455$$

Sehingga ${\chi^2}_{hitung} < {\chi^2}_{tabel}$, maka H_0 diterima bahwa pelayanan kasir berdistribusi Eksponensial.
Bagian II :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(\mu_i - \mu_{i\,harapan})^2}{\mu_{i\,harapan}} = \frac{0.1811}{1.945} = 0.0931$$

Berdasarkan nilai batas kritis χ^2 dengan taraf nyata $a = 0.05$ dan $k = 7$, maka :

$$\chi^2_{(1-a)(k-1)} = \chi^2_{(0.95)(6)} = 1.1455$$

Sehingga ${\chi^2}_{hitung} < {\chi^2}_{tabel}$, maka H_0 diterima bahwa pelayanan kasir berdistribusi Eksponensial.

Analisis Sistem Antrian Dengan Model Jalur Berganda
Bagian I

- Rata-rata jumlah kedatangan persatuan waktu (λ)
  $\lambda = \frac{total\ kedatangan}{waktu\ pengamatan}$
  $\lambda = \frac{1630}{54} = 32.056$ pelanggan per jam, $\frac{32.056}{60} = 0.534$ pelanggan yang datang per menit.

Nilai tersebut menunjukan rata-rata kedatangan pelanggan adalah 32 pelanggan yang datang per jam atau 0.534 pelanggan per menit.

- Rata-rata waktu pelayanan pelanggan persatuan waktu (μ)
  $\mu = \frac{1}{Jumlah\ Rata-rata\ Tingkat\ Pelayanan}$
  $\mu = \frac{1}{\frac{3.657+3.258+3.522}{3}} = 0.287$ pelanggan per menit, $0.287 \times 60 = 17.247$ pelanggan yang dilayani per jam.

Nilai tersebut menunjukan rata-rata pelayanan pelanggan adalah 17 pelanggan yang dilayani per jam atau 0.287 pelanggan per menit.

- Probabilitas tidak adanya pelanggan dalam sistem (P_0)
  $P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{M-1}\frac{1}{n!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \frac{1}{M!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^M \frac{M\mu}{M\mu-\lambda}}$
  $P_0 = \frac{1}{7.399} = 0.135$
- Jumlah rata-rata pelanggan dalam antrian(L_q)
  $L_q = \frac{\lambda\mu\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^M}{(M-1)!(M\mu-\lambda)^2} P_0 + \frac{\lambda}{\mu}$
  $L_q = 0.619 + 1.857 = 2.478$

Nilai tersebut menunjukan jumlah rata-rata pelanggan yang berada dalam sistem ada 2 pelanggan.

- Waktu rata-rata yang dihabiskan pelanggan dalam antrian (W_q)
  $W_q = \frac{L_q}{\lambda}$
  $W_q = \frac{2.478}{0.534} = 4.638$ menit

Nilai tersebut menunjukan bahwa waktu rata-rata pelanggan yang menunggu dalam sistem selama 4-5 menit.

- Jumlah rata-rata pelanggan dalam sistem (L_s)
  $L_s = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$
  $L_s = 2.478 + \frac{32.056}{17.247} = 4.336$

Nilai tersebut menunjukan bahwa jumlah rata-rata pelanggan yang menunggu dalam antrian ada 4 pelanggan.

- Waktu rata-rata yang dihabiskan pelanggan dalam sistem (W_s)
  $W_s = \frac{L_s}{\lambda}$
  $W_s = \frac{4.336}{0.534} = 8.117$ menit

Nilai tersebut menunjukan bahwa waktu rata-rata yang dihabiskan pelanggan untuk menunggu dalam antruan selama 8-9 menit.

Bagian II

- Rata-rata jumlah kedatangan persatuan waktu (λ)
  $\lambda = \frac{total\ kedatangan}{waktu\ pengamatan}$
  $\lambda = \frac{1630}{54} = 30.185$ pelanggan per jam, $\frac{30.185}{60} = 0.503$ pelanggan yang datang per menit.

Nilai tersebut menunjukan rata-rata kedatangan pelanggan adalah 30 pelanggan yang datang per jam atau 0.503 pelanggan per menit.

- Rata-rata waktu pelayanan pelanggan persatuan waktu (μ)
  $\mu = \frac{1}{Jumlah\ Rata-rata\ Tingkat\ Pelayanan}$
  $\mu = \frac{1}{\frac{3.579+3.228+3.668+3.023}{4}} = 0.296$ pelanggan per menit, $0.296 \times 60 = 17.781$ pelanggan yang dilayani per jam.

Nilai tersebut menunjukan rata-rata pelayanan pelanggan adalah 18 pelanggan yang dilayani per jam atau 0.296 pelanggan per menit.

- Probabilitas tidak adanya pelanggan dalam sistem (P_0)
  $P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{M-1}\frac{1}{n!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n + \frac{1}{M!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^M \frac{M\mu}{M\mu-\lambda}}$
  $P_0 = \frac{1}{5.555} = 0.180$

- Jumlah rata-rata pelanggan dalam antrian (L_q)

$$L_q = \frac{\lambda\mu\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^M}{(M-1)!(M\mu-\lambda)^2} P_0 + \frac{\lambda}{\mu}$$
$$L_q = 0.079 + 1.698 = 1.777$$

Nilai tersebut menunjukan jumlah rata-rata pelanggan yang berada dalam sistem ada 2 pelanggan.

- Waktu rata-rata yang dihabiskan pelanggan dalam antrian (W_q)

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}$$
$$W_q = \frac{1.777}{0.503} = 3.533 \text{ menit}$$

Nilai tersebut menunjukan bahwa waktu rata-rata pelanggan yang menunggu dalam sistem selama 3-4 menit.

- Jumlah rata-rata pelanggan dalam sistem (L_s)

$$L_s = L_q + \frac{\lambda}{\mu}$$
$$L_s = 1.777 + \frac{30.185}{17.781} = 3.375$$

Nilai tersebut menunjukan bahwa jumlah rata-rata pelanggan yang menunggu dalam antrian ada 3 pelanggan.

- Waktu rata-rata yang dihabiskan pelanggan dalam sistem (W_s)

$$W_s = \frac{L_s}{\lambda}$$
$$W_s = \frac{3.375}{0.503} = 6.907 \text{ menit}$$

Nilai tersebut menunjukan bahwa waktu rata-rata yang dihabiskan pelanggan untuk menunggu dalam antruan selama 6-7 menit.

Dari hasil perhitungan dengan model antrian jalur berganda, dapat disimpulkan terjadi antrian pada pelayanan kasir. Pada Tabel 7 dan Tabel 8 merupakan perhitungan nilai P_0, L_s, W_s, L_q, dan W_q terhadap penambahan jumlah fasilitas.

Tabel 7. Hasil Kinerja Sistem Antrian dengan Penambahan Jalur Fasilitas (Bagian I)

Jumlah Fasilitas	P_0	L_q (Pelanggan)	W_q (Menit)	L_s (Pelanggan)	W_s (Menit)
3 Kasir	0.135	2.478	4.638	4.336	8.117
4 Kasir	0.351	1.054	2.630	2.099	5.239
5 Kasir	0.512	0.669	2.088	1.338	4.175

Tabel 8. Hasil Kinerja Sistem Antrian dengan Penambahan Jalur Fasilitas (Bagian II)

Jumlah Fasilitas	P_0	L_q (Pelanggan)	W_q (Menit)	L_s (Pelanggan)	W_s (Menit)
4 Kasir	0.180	1.777	3.533	3.475	6.907
5 Kasir	0.340	1.080	2.703	2.158	5.403
6 Kasir	0.475	0.745	2.250	1.149	4.499

4. KESIMPULAN DAN SARAN

Kesimpulan

Kesimpulan yang dapat ditarik dari hasil analisa yang telah dilakukan dengan menerapkan teori antrian pada *Supermarket Cool* Tomohon adalah sebagai berikut.

1. Model antrian yang diterapkan pada antrian *Supermarket Cool* Tomohon menggunakan model B : M/M/S (*Multiple Channel Query System* atau Model Antrian Jalur Berganda). Karakteristik antrian yang digunakan pada *Supermarket Cool* Tomohon adalah aturan *First In First Out* (FIFO) atau yang pertama datang akan pertama dilayani.
2. Rata-rata jumlah kedatangan pukul 11:00WITA-13:00WITA dan pukul 18:00WITA-20:00WITA berdistribusi Poisson. Rata-rata waktu pelayanan pukul 11:00WITA-13:00WITA dan pukul 18:00WITA-20:00WITA berdistribusi eksponensial. Hasil perhitungan pada bagian I diperoleh rata-rata jumlah kedatangan sebanyak 32 pelanggan yang datang perjam, sedangkan rata-rata waktu pelayanan sebanyak 17 pelanggan yang dilayani per jam. Dari hasil perhitungan pada bagian II diperoleh rata-rata jumlah kedatangan sebanyak 30 pelanggan yang datang perjam, sedangkan rata-rata pelayanan sebanyak 18 pelanggan yang dilayani per jam.
3. Pada pukul 11:00WITA-13:00WITA berdasarkan hasil perhitungan perhitungan perlu diadakan penambahan sebanyak 2 fasilitas kasir, yang sebelumya dari 3 kasir menjadi 5 kasir. Pada pukul 18:00WITA-20:00WITA berdasarkan hasil perhitungan perlu diadakan penambahan sebanyak 2 fasilitas kasir, yang sebelumya dari 4 kasir menjadi 6 kasir.

Saran

Pada waktu sibuk yaitu pukul 11:00WITA-13:00WITA disarankan untuk menambah dua fasilitas pelayanan dari 3 kasir menjadi 5 kasir. Untuk pukul 18:00WITA-20:00WITA disarankan untuk menambah dua fasilitas pelayanan dari 4 menjadi 6 kasir.

REFERENSI

[1] Bahar, S., Mananohas, M. L., & Montolalu, C. (2018). Model Sistem Antrian dengan Menggunakan Pola Kedatangan dan Pola Pelayanan Pemohon SIM di Satuan Penyelenggaraan Adminstrasi SIM Resort Kepolisian Manado. d'CARTESIAN: Jurnal Matematika dan Aplikasi, 7(1), 15-21.

[2] Bataona, B. L., Nyoko, A. E., & Nursiani, N. P. (2020). Analisis Sistem Antrian Dalam Optimalisasi Layanan Di *Supermarket Hyperstore*. *Journal of Management Small and Medium Enterprises (SMEs)*, *12*(2), 225-237.

[3] Budiman, R., Hatidja, D., & Paendong, M. S. (2020). Analisis Sistem Antrian Di PT. Bank Negara Indonesia (Persero) Tbk. Kantor Cabang Manado. *d'CARTESIAN: Jurnal Matematika dan Aplikasi*, *9*(1), 8-15.

[4] Heizer J., Render B., Munson C. (2020). *Operations Management Substainability and Supply Chain Management* (Global ed.). United Kingdom: Pearson Education Limited.

[5] Indra, E., Aminatunnisa, S., Sembiring, D. M. S.,

Gultom, Y., & Matondang, E. (2019). Penerapan Metode Monte Carlo Untuk Simulasi Sistem Antrian Service Sepeda Motor Berbasis Web. *Jurnal Sistem Informasi dan Ilmu Komputer Prima (JUSIKOM PRIMA)*, *2*(2), 77-84..

[6] Kakiay, T. J. (2004). *Dasar Teori Antrian untuk Kehidupan Nyata* (Edisi 1). Yogyakarta: Andi Offset.

[7] Salaki, D. T. (2012). Deskripsi Sistem Antrian Pada Klinik Dokter Spesialis Penyakit Dalam. Jurnal Ilmiah Sains, 12(1), 72-76.

[8] Sumarno, M., Langi, Y., & Latumakulita, L. (2015). Model Antrian pada Sistem Pembayaran di Golden Pasar Swalayan Manado. d'CARTESIAN: Jurnal Matematika dan Aplikasi, 4(2), 180-187.

[9] Supranto, J. (2013). *Riset Operasi untuk Pengambilan Keputusan* (Edisi 3). Depok: PT RajaGrafindo Persada.

[10] Tse, Y.K. 2009. *Nonlife Actuarical Models : Theory, Methods and Evaluation.* Cambridge University Press, New York.

[11] Wirawan, Nata. 2017. Statistika Ekonomi dan Bisnis (Statistika Inferensia). Keraras Emas, Denpasar.

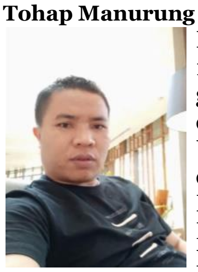
Imelda C.B.C. Chan (imeldachan103@student.unsrat.ac.id)

Lahir di Balikpapan, Kalimantan Timur pada tanggal 22 Mei 2001. Menempuh pendidikan tinggi Jurusan Matematika, Universitas Sam Ratulangi Manado. Tahun 2023 adalah tahun terakhir ia menempuh studi. Makalah ini merupakan hasil penelitian skripsinya yang dipublikasikan.

Marline S. Paendong (marlinepaendong@unsrat.ac.id)

Lahir pada tanggal 16 Maret 1974. Pada tahun 1999 memperoleh gelar Sarjana Sains (S.Si) yang diperoleh dari Universitas Gadjah Mada. Gelar Magister Sains (M.Si) diperoleh dari Institusi Pertanian Bogor pada tahun 2006. Menjadi Dosen di Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Sam Ratulangi.

Tohap Manurung (tohapm@unsrat.ac.id)



Lahir pada tanggal 24 Desember 1979. Pada tahun 2003 memperoleh gelar Sarjana Sains (S.Si) yang diperoleh dari Universitas Sumatera Utara. Gelar Magister Sains (M.Si) diperoleh dari Institut Teknologi Bandung pada tahun 2010. Menjadi Dosen di Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Sam Ratulangi.