

Diversifikasi Portofolio Saham Model *Mean Variance* Markowitz Dengan Metode Lagrange

Kezia Ragainaga¹, John Kekenusa¹, Mans Mananohas^{1*}

¹Jurusan Matematika–Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam–Universitas Sam Ratulangi Manado, Indonesia

*Corresponding author : keziaragainaga103@student.unsrat.ac.id

A B S T R A K

Diversifikasi dalam investasi perlu dilakukan untuk meminimumkan risiko yang diterima seorang investor dengan tingkat keuntungan tertentu. Penelitian ini bertujuan untuk memperoleh komposisi dana yang akan diinvestasikan pada saham-saham perusahaan yang terdaftar pada indeks LQ45, sehingga tercapai optimasi portofolio model *mean variance* Markowitz dengan metode penyelesaian yang digunakan yaitu Metode Lagrange. Dari hasil penelitian yang dilakukan dibentuk 4 portofolio dengan masing-masing *expected return*nya sebesar 0.1%, 0.2%, 0.3%, dan 0.4%. Didapatkan portofolio dengan risiko paling minimum saat melakukan diversifikasi pada 13 saham yang ada pada indeks LQ45.

A B S T R A C T

Diversification in investment is necessary to minimize the risk faced by an investor while achieving a certain level of return. This study aims to determine the optimal allocation of funds to be invested in stocks listed on LQ45 index, in order to achieve portfolio optimization using the mean variance Markowitz, with the solution method being the Lagrange method. From the calculations that have been carried out 4 portfolios were formed, each with an expected return of 0.1%, 0.2%, 0.3%, and 0.4%. Portfolio with minimum risk was obtained by diversifying across 13 stocks.

1. PENDAHULUAN

Investasi merupakan wadah untuk menempatkan dana pada jangka waktu tertentu dengan tujuan agar dana dapat dikelola dan bertambah jumlahnya. Saat melakukan investasi, tidak hanya keuntungan saja yang diperoleh. Ada risiko yang sewaktu-waktu dapat terjadi saat berinvestasi. Investor memerlukan perhitungan *return* dan risiko untuk memperkirakan keuntungan. Dengan membentuk portofolio dapat memperkecil risiko dengan tingkat keuntungan tertentu [1].

Penggunaan portofolio model *mean variance* Markowitz menjadi pilihan untuk membentuk portofolio optimal, dengan menggunakan perhitungan *expected return*, varians dan kovarians investasi untuk menganalisis *trade-off risk-return* kombinasi aset dalam portofolio investasi [2].

Untuk menentukan komposisi dana pada masing-masing saham dalam portofolio yang dibentuk, penulis memilih untuk menyelesaikan masalah diversifikasi portofolio saham dengan metode Lagrange. Data yang diambil merupakan data harian penutupan harga indeks saham LQ45 selama periode Februari 2023 sampai dengan Januari 2024.

INFO ARTIKEL

Diterima :

Diterima setelah revisi :

Tersedia online :

Kata Kunci:

Lagrange

Portofolio

Diversifikasi

ARTICLE INFO

Accepted :

Accepted after revision :

Available online :

Keywords:

Lagrange

Portfolio

Diversification

Investasi

Menurut Hartono, investasi merupakan penundaan konsumsi pada saat ini yang dilakukan untuk diletakkan nanti pada sumber daya produktif selama periode tertentu, dengan kata lain investasi merupakan pengelolaan dana di masa sekarang untuk mendapat keuntungan di masa mendatang [1].

Portofolio

Portofolio merupakan gebungan dari sekumpulan aset, baik aset rill maupun aset finansial yang dimiliki investor. Tujuan membentuk portofolio adalah untuk mengurangi risiko saat berinvestasi [3].

Diversifikasi

Setelah dibentuk portofolio, diversifikasi penting dilakukan dengan cara, berinvestasi atau menempatkan dana ke berbagai aset guna untuk mengurangi risiko. Risiko yang dapat didiversifikasi adalah risiko yang tidak sistematis [4].

Return

Menurut Brigham dan Houston, definisi dari return merupakan selisih jumlah diterima dengan jumlah yang diinvestasikan [5]. Berikut rumus perhitungan return:
a. *Return Saham Individu*

$$R_{ij} = \frac{(P_t - P_{t-1})}{P_{t-1}} \quad (1)$$

Dengan :

- R_{ij} : Tingkat keuntungan saham pada periode j
 P_t : Harga saham individual akhir periode
 P_{t-1} : Harga saham individu awal periode

b. Expected Return Saham Individu

$$E(R_i) = \sum \frac{R_{ij}}{n} \quad (2)$$

Dengan :

- $E(R_i)$: *Expected return* dari investasi saham
 R_{ij} : *Actual return* dari saham I pada periode j
n : Banyaknya periode pengamatan

c. Expected Return Portofolio

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n (w_i \cdot E(R_i)) \quad (3)$$

Dengan :

- $E(R_p)$: *expected return* dari portofolio
w : bobot dari aset di portofolio
 $E(R_i)$: *expected return*

Risiko

Risiko merupakan besar penyimpangan antara pengembalian yang diharapkan dengan pengembalian aktual. Semakin besar penyimpangan keduanya, maka semakin besar risiko yang timbul. Risiko dapat dihitung dengan persamaan berikut [6]:

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{\sum_t^n (R_t - \bar{R}_t)^2}{n}} \quad (4)$$

Dengan :

- σ : standar deviasi
 R_t : *return* pada waktu ke-t
 \bar{R}_t : rata-rata return
n : jumlah data *return*

Kovarians

Dalam pembentukan portofolio, selain expected return dan risiko, investor perlu mengetahui kinerja dua atau lebih saham cenderung bergerak searah atau saling berlawanan melalui perhitungan kovarians yang dirumuskan dengan persamaan berikut [2]:

$$Cov_{(X,Y)} = \frac{\sum (X_i - \bar{X})(Y_j - \bar{Y})}{n} \quad (5)$$

Dengan :

- X_i : nilai saham x pada periode t
 Y_j : nilai saham y pada periode t
 \bar{X} : nilai rata-rata saham x
 \bar{Y} : nilai rata-rata saham x
n : jumlah periode pengamatan

Model Mean Variance Markowitz

Untuk menyusun portofolio yang optimal, H. Markowitz memanfaatkan nilai varians untuk menentukan pengembalian yang diharapkan dan risiko yang diterima melalui model berikut ini [1]:

Minimumkan:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij} \quad (9)$$

Dengan kendala:

$$\sum_{i=1}^n w_i = 1$$

$$\sum_{i=1}^n w_i \bar{r} = \bar{r}_p$$

Dimana $w_1 \geq 0$ untuk $i = 1, 2, \dots, n$ dan jumlah proporsi dana sama dengan satu.

Metode Lagrange

Metode ini merupakan konsep yang digunakan untuk menyelesaikan penyelesaian non linear yang dikemukakan Joseph L. Lagrange untuk menangani masalah optimasi. Misalkan ada sebuah fungsi:

Fungsi Tujuan:

$$\max/\min \quad F = (x, y, z)$$

Terbatas

$$\phi(x, y, z) = 0$$

Untuk menyelesaikannya akan dibentuk suatu fungsi bantu, sehingga akan menjadi seperti berikut:

$$G(x, y, z) = F(x, y, z) + \lambda \phi(x, y, z) \quad (10)$$

Dengan syarat perlu adanya nilai *max* dan/atau *min* yaitu:

$$\frac{\partial G}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial G}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial G}{\partial z} = 0$$

Parameter λ yang bebas dari x, y dan z dinamakan pengganda Lagrange.[7].

2. METODE PENELITIAN

Jenis Data

Data yang digunakan berupa data sekunder yaitu data historis penutupan harga saham harian yang masuk pada indeks LQ45 periode Februari 2023 sampai dengan Januari 2024.

Sumber Data

Sumber data dalam penelitian ini berasal dari website (www.finance.yahoo.com).

Analisis Data

Adapun prosedur pengolahan data dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Mengumpulkan data harga penutupan saham harian dari 43 perusahaan yang terdaftar secara berturut-turut periode Februari 2023 sampai dengan Januari 2024 pada indeks LQ45.
2. Menghitung nilai *return*, *expected return*, varians, standar deviasi saham.
3. Mengubah formulasi *mean-variance* Markowitz ke bentuk matriks.

4. Menghitung proporsi bobot dan risiko portofolio dengan metode Lagrange menggunakan bantuan *microsoft excel*.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Deskripsi Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data penutupan harga saham (*closing price*) dari saham-saham yang terdaftar pada indeks LQ45 secara berturut-turut selama periode Februari 2023 sampai dengan Januari 2024. Adapun perusahaan-perusahaan yang terdaftar pada periode tersebut dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel 1. Daftar Perusahaan Pada LQ45

No	Kode Saham	Keterangan
1	ACES	PT. Ace Hardware Indonesia Tbk
2	ADRO	PT. Adaro Energy Tbk
3	AKRA	PT. AKR Corporindo Tbk
4	AMRT	PT. Sumber Alfaria Trijaya Tbk
5	ANTM	PT. Aneka Tambang Tbk
6	ARTO	PT. Bank Jago Tbk
7	ASII	PT. Astra Internasional Tbk
8	BBCA	PT. Bank Central Asia Tbk
9	BBNI	PT. Bank Negara Indonesia (Persero) Tbk
10	BBRI	PT. Bank Rakyat Indonesia (Persero) Tbk
11	BBTN	PT. Bank Tabungan Negara (Persero) Tbk
12	BMRI	PT. Bank Mandiri (Persero) Tbk
13	BRIS	PT. Bank Syariah Indonesia Tbk
14	BRPT	PT. Barito Pacific Tbk
15	BUKA	PT. Bukalapak.com Tbk
16	CPIN	PT. Chaoren Pokphand Indonesia Tbk
17	EMTK	PT. Elang Mahkota Teknologi Tbk
18	ESSA	PT. Surya Esa Perkasa Tbk
19	EXCL	PT. XL Axiata Tbk
20	GOTO	PT. Go To Gojek Tokopedia Tbk
21	HRUM	PT. Harum Energy Tbk
22	ICBP	PT. Indofood CBP Sukses Makmur Tbk
24	INDF	PT. Indofood Sukses Makmur Tbk
25	INDY	PT. Indika Energy Tbk
26	INKP	PT. Indah Kiat Pulp & Paper Tbk
27	INTP	PT. Indo cement Tunggal Prakarsa Tbk
28	ITMG	PT. Indo Tambangraya Megah Tbk
29	KLBF	PT. Kalbe Farma Tbk
30	MDKA	PT. Merdeka Copper Gold Tbk
31	MEDC	PT. Medco Energi Internasional Tbk
32	PGAS	PT. Perusahaan Gas Negara Tbk
33	PTBA	PT. Bukit Asam Tbk

34	SCMA	PT. Surya Citra Media Tbk
35	SIDO	PT. Industri Jamu dan Farmasi Sido Mucul Tbk
36	SMGR	PT. Semen Indonesia (Persero) Tbk
37	SRTG	PT. Saratoga Investama Sedaya Tbk
38	TBIG	PT. Tower Bersama Infrastructure Tbk
39	TLKM	PT. Telkom Indonesia (Persero) Tbk
40	TOWR	PT. Sarana Menara Nusantara Tbk
41	TPIA	PT. Chandra Asri Petrochemical Tbk
42	UNTR	PT. United Tractors Tbk
43	UNVR	PT. Unilever Indonesia Tbk

Mengitung Nilai Expected Return

Selanjutnya akan dilakukan perhitungan *expected return* dari masing-masing saham. Perhitungan dilakukan dengan menggunakan persamaan (2) sehingga diperoleh hasil yang dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel 2. Expected Return Tiap Saham

No	Kode Saham	E(R _i)
1	ACES	0.002111
2	AKRA	0.001068
3	BBCA	0.000546
4	BBNI	0.001051
5	BBRI	0.001087
6	BMRI	0.001323
7	BRIS	0.002058
8	BRPT	0.000210
9	ICBP	0.000578
10	PTBA	0.000041
11	TLKM	0.000218
12	TPIA	0.002820
13	UNTR	0.000517

Berdasarkan perhitungan *expected return* dari 43 saham yang terdaftar selama periode yang telah ditentukan, ada 13 saham perusahaan yang sesuai dengan kriteria pembentukan portofolio berdasarkan nilai *expected return* yang bernilai positif.

Menghitung Risiko Saham

Risiko dari masing-masing saham perusahaan dihitung menggunakan persamaan (3). Hasil perhitungannya dapat dilihat pada tabel berikut ini:

Tabel 3. Nilai Risiko Saham Individual

No	Kode Saham	σ_i
1	ACES	0,027422
2	AKRA	0,019379
3	BBCA	0,010287
4	BBNI	0,012376
5	BBRI	0,013171
6	BMRI	0,013552
7	BRIS	0,023593

No	Kode Saham	σ_i
8	BRPT	0,040817
9	ICBP	0,016134
10	PTBA	0,025164
11	TLKM	0,011970
12	TPIA	0,037703
13	UNTR	0,021552

Dari hasil perhitungan yang telah dilakukan, dapat dilihat pada tabel diatas risiko dari saham BRPT merupakan saham dengan risiko individual tertinggi dibandingkan saham-saham dari perusahaan lainnya, sedangkan risiko terendah dihasilkan saham BBCA. Hal ini dapat berpengaruh pada proporsi bobot dana dari tiap saham saat digabungkan menjadi portofolio.

Menghitung Kovarians Saham

Kovarians bertujuan untuk mengetahui hubungan antar masing-masing saham perusahaan bergerak searah maupun berlawanan arah. Berikut merupakan sebagian dari keseluruhan nilai kovarians yang telah didapatkan:

Tabel 4. Nilai Kovarians Saham

	ACES	AKRA	BBCA	...	UNTR
ACES	0.000752	0.000049	0.000022	...	0.000018
AKRA	0.000049	0.000376	0.000020	...	0.000066
BBCA	0.000022	0.000020	0.000106	...	0.000017
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
UNTR	0.000018	0.000066	0.000017		0.000464

Dari hasil perhitungan hampir seluruh nilai kovarians yang didapatkan memiliki nilai positif, artinya bila salah satu saham meningkat maka saham lainnya pun ikut meningkat sebaliknya apabila salah satu saham menurun maka saham lain juga menurun.

Model Mean Variance Marowitz

Pemilihan portofolio optimal disesuaikan dengan tujuan investor yaitu ingin meminimalkan risiko atau memaksimalkan *expected return*. Dalam penelitian ini pemilihan portofolio yang digunakan adalah meminimalkan risiko dengan *expected return* tertentu. Untuk menyelesaikan permasalahan tersebut digunakan model *mean variance* Markowitz yang ada pada persamaan (9). Sehingga dapat ditulis sebagai berikut:

Fungsi Tujuan:

$$\text{Min } \sigma_p^2 = 0.000752w_1^2 + (2 \times 0.000049)w_1w_2 + (2 \times 0.000022)w_1w_3 + (2 \times 0.000021)w_1w_4 + (2 \times 0.000014)w_1w_5 + (2 \times 0.000023)w_1w_6 + (2 \times 0.000050)w_1w_7 + (2 \times -0.000018)w_1w_8 + (2 \times 0.000035)w_1w_9 + (2 \times 0.000036)w_1w_{10} + (2 \times -0.000021)w_1w_{11} + (2 \times -0.000065)w_1w_{12} + (2 \times 0.000018)w_1w_{13} + 0.000376w_2^2 + (2 \times 0.000020)w_2w_3 + \dots + 0.000464w_{13}^2 + (2 \times -0.000015)w_{12}w_{13}$$

Kendala:

$$w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + w_5 + w_6 + w_7 + w_8 + w_9 + w_{10} + w_{11} + w_{12} + w_{13} = 1$$

$$0.002111w_1 + 0.001068w_2 + 0.000546w_3 + 0.001051w_4 + 0.001087w_5 + 0.001323w_6 + 0.00205w_7 + 0.000210w_8 + 0.000578w_9 + 0.000041w_{10} + 0.000218w_{11} + 0.002820w_{12} + 0.000517w_{13} = \bar{r}_p$$

Selanjutnya persamaan diatas akan diubah ke dalam bentuk notasi matriks untuk mempermudah penyelesaiannya, maka akan menjadi seperti berikut:

Fungsi Tujuan:

$$\text{Min } \sigma_p^2 = [w_1 \ w_2 \ \dots \ w_{13}] .$$

$$\begin{bmatrix} 0.000752 & 0.000049 & \dots & 0.000018 \\ 0.000049 & 0.000376 & \dots & 0.000006 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0.000018 & 0.000006 & \dots & 0.000464 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_{13} \end{bmatrix}$$

Dengan kendala

$$[w_1 \ w_2 \ \dots \ w_{13}] . \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} = 1$$

$$[w_1 \ w_2 \ \dots \ w_{13}] . \begin{bmatrix} 0.002111 \\ 0.001068 \\ \vdots \\ 0.000517 \end{bmatrix} = \bar{r}_p$$

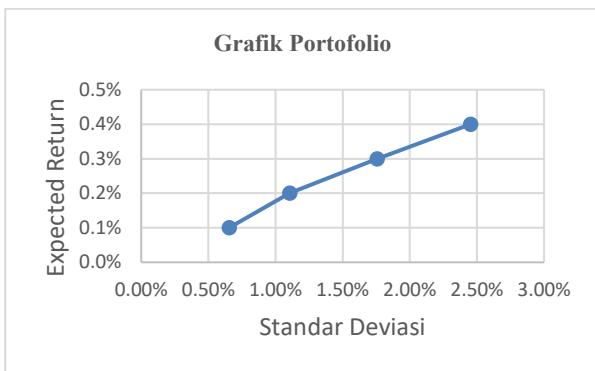
Pembentukan Portofolio Optimal

Penyelesaian matriks diatas menggunakan bantuan bantuan *Microsoft excel*. Dimana didapatkan hasil sebagai berikut:

Tabel 5. Tabel Bobot

Kode Saham	Bobot (w)	Expected Return Portofolio Saham (%)			
		0.1	0.2	0.3	0.4
ACES	w_1	6.25	15.60	24.96	34.31
AKRA	w_2	7.14	13.33	19.51	25.70
BBCA	w_3	18.72	-11.80	-42.32	-72.84
BBNI	w_4	12.17	17.75	23.33	28.91
BBRI	w_5	9.82	27.53	45.23	62.94
BMRI	w_6	4.26	20.84	37.42	54.00
BRIS	w_7	2.45	12.50	22.56	32.62
BRPT	w_8	-2.38	-9.60	-16.81	-24.02
ICBP	w_9	11.31	3.00	-5.31	-13.62
PTBA	w_{10}	-0.55	-8.27	-15.98	-23.70
TLKM	w_{11}	16.91	-7.88	-32.67	-57.45
TPIA	w_{12}	7.79	19.87	31.96	44.04
UNTR	w_{13}	6.13	7.12	8.12	9.11
σ_p		0.65	1.11	1.76	2.45

Berdasar pada tujuan dari portofolio optimal dalam penelitian ini yaitu meminimalkan risiko dengan tingkat pengembalian tertentu, maka dibentuk empat portofolio dengan pengembalian yang diharapkan sebesar 0,1%, 0,2%, 0,3% dan 0,4%, sehingga diperoleh nilai dari masing-masing bobot pada tiap pengembalian seperti pada tabel 5. Perbandingan antara *expected return* dan risiko dari portofolio dapat dilihat pada gambar berikut:



Gambar 1. Grafik Perbandingan Portofolio

Terlihat pada gambar bahwa semakin tinggi tingkat pengembalian yang diinginkan maka semakin tinggi juga risiko yang diterima oleh investor. Pada penelitian ini *expected return* dari portofolio pertama adalah 0,1% menghasilkan risiko sebesar 0,65%, kemudian risikonya meningkat sebesar 1,11% saat *expected return* portofolio 0,2%, meningkat lagi 1,76% pada *expected return* sebesar 0,3%. Risiko tertinggi dihasilkan saat *expected return* portofolio 0,4% dengan risiko 2,45%. Nilai minus yang didapatkan pada beberapa komposisi saham terjadi ketika *short selling* dilakukan.

4. PENUTUP Kesimpulan

Dapat disimpulkan bahwa bobot yang menghasilkan risiko portofolio minimum ada pada *expected return* portofolio 0.001 atau 0.1%, jika investor memiliki modal sebesar Rp. 100.000.000,00 maka komposisi investasi dana pada masing-masing saham sebesar 6.25% pada saham ACES, 7.14% saham AKRA, 18.72% saham BBCA, 12.17% saham BBNI, 9.82% saham BBRI, 4.26% saham BMRI, 2.45% saham BRIS, 11.31% saham ICBP, 16.91% saham TLKM, 7.79% saham TPIA, 6.13% pada saham UNTR, dan *short selling* pada saham BRPT serta PTBA sebesar 2.38% dan 0.55%. Salah satu hal yang mempengaruhi pemilihan portofolio adalah preferensi seorang investor mengenai risiko, pada portofolio dengan *expected return* 0,2%, 0,3%, dan 0,4% keuntungan yang diterima lebih besar meskipun tingkat risiko yang dihasilkan tinggi dibandingkan dengan portofolio dengan *expected return* 0,1%.

REFERENSI

- [1] Markowitz, H. 1952. Portofolio Selection. *The Jurnal of Finance*,7(1).
- [2] Tandelilin, Eduardus. 2010. Portofolio dan Investasi Teori dan Aplikasi. Edisi ke-1. Kanisius, Yogyakarta.
- [3] Halim, Abdul 2011. Analisis Investasi. Edisi ke-2. Salemba Empat, Jakarta.
- [4] Hartono, Jogiyanto. 2015. Teori Portofolio dan Analisis Investasi, Edisi ke-10. BPFE,Yogyakarta.
- [5] Brigham, Eugene F. dan J.F. Houston. 2010. Dasar-Dasar Manajemen Keuangan. Edisi ke-11. Jakarta: Salemba Empat.

- [6] Zubir, Zalmi. 2013. Manajemen Portofolio Penerapannya Dalam Investasi Saham. Salemba Empat, Jakarta.
- [7] Wrede, R. C & Spiegel. 2002. *Schaum's Outlines: Advanced Calculus*. 2nd Edition. McGraw Hill, New York.
- [8] Michael, N.B. 2013. "Mean-Variance Analysis And Efficient Portfolio Selection In The Nigerian Capital Market". *Covenant Journal Of Business And Social Sciences (CJBSS)*, 5(2).
- [9] Hadi, Nor. 2013. Pasar Modal: Acuan Teoretis dan Praktis Investasi di Instrumen Keuangan Pasar Modal. Graha Ilmu, Yogyakarta.
- [10] Filrissa, S. G., Manurung, T., & Titaley, J. (2019). Analisis Portofolio Saham Model Markowitz Dengan Menggunakan Quadratic Programming. d'CARTESIAN: Jurnal Matematika dan Aplikasi, 8(2), 121-126.
- [11] Yahoo Finance. <http://www.finance.yahoo.com>.

Kezia J. T. M. Ragainaga



(keziaragainaga2002@gmail.com)

Lahir pada tanggal 20 Juni 2002 di Abepura, Papua. Menempuh pendidikan tinggi di Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Sam Ratulangi Manado. Tahun 20** adalah tahun terakhir menempuh studi. Makalah ini merupakan hasil penelitian skripsi yang dipublikasikan.

John S. Kekenusua



Lahir di Tahuna pada tanggal 24 Agustus 1958. Pada tahun 1994 memperoleh gelar Sarjana yang diperoleh dari Universitas Sam Ratulangi Manado pada Tahun 1988, memperoleh gelar Magister Statistik Terapan di Institut Pertanian Bogor Tahun 2006 dan memperoleh gelar Doktor dari Universitas Airlangga Surabaya. Saat ini memiliki jabatan akademik sebagai Profesor (Guru Besar Statistika).

Mans Mananohas



Lahir di Salurang, tanggal 11 Juni 1984. Pada tahun 2013 menyelesaikan studi S2 dan memperoleh gelar Magister Sains di Institut Teknologi Bandung (ITB). Saat ini menjadi pengajar akademik tetap di jurusan Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Sam Ratulangi Manado.