**EKSENTRISITAS DIGRAF PADA GRAF GIR MENGGUNAKAN ALGORITMA *BREADTH FIRST SEARCH***

**SKRIPSI**

**Oleh:**

**ROMARIO MARSELINO BARAHAMA**

**NIM: 17101103020**

****

**JURUSAN MATEMATIKA**

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**

**UNIVERSITAS SAM RATULANGI**

**MANADO**

**2021**

**ABSTRAK**

ROMARIO MARSELINO BARAHAMA. Eksentrisitas Digraf pada Graf Gir Menggunakan Algoritma *Breadth First Search*. Di bawah bimbingan CHRIESTIE E. J. C. MONTOLALU sebagai Ketua dan RINANCY TUMILAAR sebagai Anggota.

Misalkan adalah graf dengan himpunan titik dan himpunan sisi . Jarak dari titik *u* ke *v* di adalah panjang lintasan terpendek dari titik *u* ke *v*, dinotasikan dengan *d(u,v).* Eksentrisitas titik *u* dalam graf adalah jarak terjauh dari titik *u* ke setiap di , dinotasikan dengan *e(u)*. Titik v merupakan titik eksentrik dari jika Tujuan penelitian ini adalah untuk menentukan eksentrisitas digraf pada graf gir dan menentukan eksentrisitas digraf pada graf gir menggunakan algoritma *breadth first search*. Metode yang digunakan adalah dengan mengumpulkan sumber pustaka berupa buku maupun referensi lain yang selanjutnya dijadikan landasan untuk melakukan penelitian ini. Berdasarkan pembahasan. Dapat disimpulkan bahwa bentuk dari eksentrisitas digraf pada graf adalah komplit simetri dengan , dan , sedangkan untuk eksentrisitas digraf pada graf gir menggunakan algoritma *breadth first search* adalah , dan .

Kata kunci: Eksentrisitas Digraf, Graf Gir, Algoritma Breadth First Search

**ABSTRACT**

ROMARIO MARSELINO BARAHAMA. Eccentricity Of The Digraph on A Gear Graph Using The *Breadth First Search* algorithm. Supervised by CHRIESTIE E. J. C. MONTOLALU as main Supervisor and RINANCY TUMILAAR as co-Supervisor.

Let be a graph with the set of points and the set of sides . The distance from point *u* to *v* in is the length of shortest path from point to , denoted by . The eccentricity of point in graph is the furthest distance from point to each in denoted by . The point is the eccentic point of if . The purpose of this research is determine the eccentricity of the digraph on the gear graph and determine the eccentricity of the digraph gear graph using the *breadth first search* algorithm. The method used is to collect library sources in the form of books other refrences ehich are then used as the basis for conducting this research. Based on the discussion it can be concluded that the sahpe of eccentricity of the digraph on graph is complete symetry with Graph Theory is the one of the math theory with mathematic knowledge using with , and , while for the eccentricity the digraph on the digraph gear uses *breadth first search* algorithm is , and .

Keywords : *Eccentricity of the digraph, Gear Graph, Breadth First Search Algorithm*

**SURAT PERNYATAAN**

Saya mahasiswa Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Sam Ratulangi yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Romario Marselino Barahama

NIM : 17101103020

Program Studi : Matematika

Strata : 1 (satu)

Judul Skripsi : Eksentrisitas Digraf Pada Graf Gir Menggunakan Algoritma *Breadth First Search*

Dengan ini menyatakan dengan sesungguhnya bahwa Pustaka yang saya gunakan dalam skripsi saya tersebut adalah benar adanya dan isi dari skripsi saya **tidak plagiat**. Apabila dikemudian hari diketemukan seluruh atau Sebagian skripsi saya terdapat indikasi plagiat, **saya bersedia menerima sanksi** sesuai dengan ketentuan yang berlaku.

Demikian surat pernyataan ini saya buat dengan sesungguhnya tanpa ada paksaan dari siapapun juga, untuk dipergunakan sebagaimana mestinya.

|  |
| --- |
| Manado, Januari 2021  Romario Marselino Barahama |

|  |  |
| --- | --- |
| Mengetahui,  Pembimbing:   1. Chriestie E. J. C. Montolalu, S.Si., M.Sc 2. Rinancy Tumilaar, S.Si., M.Si | Tanda Tangan   1. \_ 2. \_ |

Mengetahui

Wakil Dekan Bidang Akademik

Ir. Feky Recky Mantiri, M.Sc, Ph.D

NIP. 19670201 199203 1 003

**EKSENTRISITAS DIGRAF PADA GRAF GIR MENGGUNAKAN ALGORITMA *BREADTH FIRST SEARCH***

**ROMARIO MARSELINO BARAHAMA**

Skripsi

Sebagai sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar

Sarjana Sains pada

Program Studi Matematika

**JURUSAN MATEMATIKA**

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**

**UNIVERSITAS SAM RATULANGI**

**MANADO**

**2021**

Judul : Eksentrisitas Digraf Pada Graf Gir Menggunakan Algoritma *Breadth First Search*

Nama : Romario Marselino Barahama

NIM : 17101103020

Program Studi : Matematika

Menyetujui:

Komisi Pembimbing

|  |  |
| --- | --- |
| Chriestie E. J. C. Montolalu, S.Si, M.Sc  Ketua  Dekan FMIPA UNSRAT  Prof. Dr. Benny Pinontoan, M.Sc  NIP. 19660604 199512 1 001 | Rinancy Tumilaar, S.Si, M.Si  Anggota  Ketua Jurusan Matematika  Dr. Nelson Nainggolan, M.Si  NIP. 19670309 199603 1 001 |

Tanggal Lulus : Januari 2021

**RIWAYAT HIDUP**

Penulis lahir di Manado pada tanggal 26 Maret 2000 sebagai anak ketiga dari tiga bersaudara, dari pasangan Daniel Barahama dan Fera Manabung.

Pada 2011 penulis lulus dari SD GMIM 22 Manado dan melanjutkan studi di SMP Negeri 9 Manado. Setelah lulus SMP pada 2014, penulis melanjutkan studi di SMA Negeri 9 Binsus Manado dan lulus pada tahun 2017. Pada tahun 2017, penulis lulus seleksi masuk Universitas Sam Ratulangi melalui jalur tes SNMPTN di Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam.

Selama mengikuti perkuliahan di FMIPA UNSRAT, penulis aktif dalam beberapa kegiatan kemahasiswaan. Tahun 2018, penulis dipercayakan menjadi Duta Fakultas dalam pemilihan Nyong dan Noni FMIPA 2018 dan mendapatkan gelar Nyong Berbakat, menjadi panitia penyelengaraan PK2MB 2019 Peringkat ketiga Pemilihan Mahasiswa Berprestasi Tingkat Fakultas 2020, peserta dalam penyelenggaraan Pekan Seni Mahasiswa (PEKSIMINAS) 2020 dan menjadi Wakil Koordinator Bidang Pengkaderan dan Hubungan Masyarakat HIMMATIKA UNSRAT 2019-2020. Penulis juga aktif dalam beberapa kepanitiaan, yaitu panitia pemilihan Nyong dan Noni FMIPA UNSRAT 2019, panitia Bina Rohani Mahasiswa Kristen (BRMK XXI) FMIPA UNSRAT 2019, Pra-Natal dan SIGMA Kasih, serta *International Conference on Operation Research* (ICOR) 2018-2020.

.

**KATA PENGANTAR**

Segala puji syukur penulis panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa atas segala berkat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi dengan judul **“Eksentrisitas Digraf pada Graf Gir Menggunakan Algoritma *Breadth First Search*”**.

Penulis menyadari bahwa selama penyusunan skripsi ini tidak terlepas dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu dengan segala hormat, penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Dr. Nelson Nainggolan, M.Si., sebagai Dosen Pembimbing Akademik yang telah memberikan bimbingan dan masukan selama perkuliahan.
2. Chriestie E. J. C. Montolalu, S.Si, M.Sc., dan Rinancy Tumilaar, S.Si., M.Si selaku Komisi Pembimbing yang telah memberikan banyak arahan dan bimbingan dalam penyelesaian skripsi ini.
3. Dr. Nelson Nainggolan, M.Si., Altien J. Rindengan, S.Si., M.Kom., Dr. Deiby T. Salaki, S.Si., M.Si., Yohanes A.R. Langi, S.Si., M.Si., Mans L. Mananohas, S.Si., M.Si selaku dosen penguji yang memberikan masukan untuk penyempurnaan skripsi ini.
4. Papa, Mama, Ka Eni, Ka Vita, Ezra dan Amora serta seluruh keluarga yang dengan penuh kasih sayang selalu mendoakan, mendukung dan memberi bantuan selama ini.
5. Teman-teman Matematika Angkatan 2017 dan Seperjuangan Skripsi: Fajar Tubagus, Yeremia Mait, Yohanes Runtunuwu, Abdiel Goni, Vita Wahyuningsih, Ayuningsih Husin, Siti Zulaiha, Salma Domili dan Sabrina Makagiantang.
6. Autismen Squad: Ka Carlos Simangunsong, Sinta Soreh, Nia Tamasalang, Aprilia Pakasi, Debora Manuputty dan Ka Angel Pradita.
7. Teman-teman dekat lainnya: Sari Bawoel, Oan Timablo, Ega Salaila dan Gina Timbalo.

Penulis menyadari bahwa skripsi ini masih jauh dari kata sempurna. Oleh karena itu, penulis sangat terbuka terhadap saran dan kritik membangun untuk penyempurnaan skripsi ini.

|  |
| --- |
| Manado, Januari 2021  Romario Marselino Barahama |

**DAFTAR ISI**

Halaman

DAFTAR TABEL viii

DAFTAR GAMBAR ix

I. PENDAHULUAN 1

1.1 Latar Belakang 1

1.2 Rumusan Masalah 3

1.3 Tujuan 3

1.4 Batasan Masalah 3

1.5 Manfaat Penelitian 4

II. TINJAUAN PUSTAKA 5

2.1. Definisi Teori Graf 5

2.2 Graf Sederhana dan Graf Tidak Sederhana 5

2.2.1 Graf Sederhana 6

2.2.2 Graf Tidak Sederhana 6

2.3 Derajat *(Degree)* 7

2.4 Jalan *(Walk)*, Lintasan *(Path)*, Siklus *(Cycle)* 7

2.5 Graf Terhubung *(Connected Graph)* 8

2.6 Jarak pada Graf 9

2.7 Graf Komplemennya 9

2.8 Graf dan Subgrafnya 10

2.9 Graf Sikel 10

2.10 Graf Komplit 11

2.11 Graf Gabungan 11

2.12 Graf Roda 12

2.13 Graf Gir 13

2.14 Eksentrisitas Digraf 14

2.15 Algoritma *Breadth First Search* 15

2.16 Aplikasi Algoritma *Breadth First Search*  Dalam Masalah Mencari Lintasan Terpendek 16

III. METODOLOGI PENELITIAN 18

3.1 Waktu dan Tempat Penelitian 18

3.2 Metode Penelitian 18

3.3 Tahapan Penelitian 18

3.4 Diagram Alir Penelitian *(Flowchart)* 19

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN 20

4.1 Membuat Model Graf Gir 20

4.2 Langkah-langkah Mengkonstruksi Eksentrisitas Digraf Pada Graf

Gir 21

4.3 Eksentrisitas Digraf pada Graf Gir 21

4.4 Bentuk Eksentrisitas Digraf pada Graf Gir 22

4.5 Eksentrisitas Digraf pada Graf Gir dengan Menggunakan Algoritma *Breadth First Search* 23

4.6 Perbandingan Eksentrisitas Digraf pada Graf Gir dengan Menggunakan cara Konvensional dan Algoritma *Breadth First*

*Search* 24

V. KESIMPULAN DAN SARAN 25

5.1 Kesimpulan 25

5.2 Saran 26

DAFTAR PUSTAKA 27

# **DAFTAR TABEL**

Halaman

1. [Eksentrisitas pada Graf](#_Toc45359340) 14
2. [Matriks 1](#_Toc45359340)6
3. [Eksentrisitas pada Graf Gir](#_Toc45359340) 22
4. [Perbandingan Eksentrisitas Digraf pada Graf Gir](#_Toc45359340) 24

# **DAFTAR GAMBAR**

Halaman

1. [Graf Sederhana](#_Toc45359340) 6
2. [Graf Tidak Sederhana](#_Toc45359340) 7
3. [Jalan pada Graf](#_Toc45359340) 8
4. [Graf Terhubung dan Graf Tidak Terhubung](#_Toc45359340) 8
5. [Jarak pada Graf](#_Toc45359340) 9
6. [Graf dan Komplemennya](#_Toc45359340) 9
7. [Graf dan Subgrafnya](#_Toc45359340) 10
8. [Graf Sikel](#_Toc45359340) 10
9. [Graf Komplit dan](#_Toc45359340) 11
10. Graf Gabungan 12
11. [Graf Roda](#_Toc45359340) 12
12. [Graf Gir](#_Toc45359340) 13
13. [Graf dan Eksentrik Digraf 1](#_Toc45359340)4
14. [Graf Tak Berbobot 1](#_Toc45359340)5
15. [Graf *Breadth First Search* 1](#_Toc45359340)6
16. [Diagram Alir Eksentrisitas Digraf pada Graf Gir 1](#_Toc45359340)9
17. [Graf Gir](#_Toc45359340) 20
18. [Eksentrisitas Digraf](#_Toc45359340) 23
19. **PENDAHULUAN**
    1. **Latar Belakang**

Teori graf saat ini merupakan topik yang banyak mendapat perhatian, karena model-model yang ada pada teori graf berguna untuk aplikasi yang luas, seperti masalah dalam jaringan komunikasi, transportasi, ilmu komputer, riset operasi, dan lain sebagainya. Graf digambarkan sebagai kumpulan titik-titik *vertex* yang dihubungkan oleh garis-garis *edge*. Struktur graf bisa dikembangkan dengan memberi bobot dari tiap *edge*. (Saputra, 2006)

Terdapat berbagai macam jenis graf, di antaranya adalah tersebut adalah graf roda, graf siklus, graf bintang, graf lolipop yang diteliti oleh Mandey *et.al*., (2020) dan masih banyak yang lainnya. Salah satu graf yang terbentuk dengan menghubungkan titik sentral menuju titik siklus adalah graf gir. Dalam kehidupan nyata konsep graf gir dimodelkan untuk pola penentuan channel stasiun radio.

Salah satu aplikasi dari teori graf adalah menentukan lintasan maksimal terpendek dari sebuah struktur graf. Masalah ini tentunya ekuivalen dengan menentukan eksentrisitas titik pada graf. Misalkan sebuah graf dengan himpunan titik dan himpunan sisi Titik terjangkau dari titik pada graf jika terdapat lintasan berarah dari ke dan panjang lintasan terpendek adalah jarak *d(u,v)*. Jika tidak ada maka lintasan berarah dari titik ke , .

Eksentrisitas titik , dinotasikan dengan pada graf adalah jarak maksimal dari ke setiap di . Suatu titik pada graf dikatakan sebagai titik eksentris dari titik jika jarak dari ke sama dengan . Eksentrik Digraf dari graf yang dinotasikan dengan . dapat didefinisikan sebagai graf yang mempunyai himpunan titik yang sama dengan himpunan titik di atau , jika dan hanya jika adalah titik eksentris dari .

Pengggunaan eksentrisitas di berbagai bidang telah dipelajari oleh banyak peneliti. Bidang tersebut antara lain menentukan batas jaringan dan *Asynchronus Trsanfer Mode* (ATM).

Penelitian tentang eksentrisitas digraf telah berkembang seperti eksentrisitas digraf pada graf star dan graf roda oleh Oktosa (2011), eksentrisitas digraf pada graf tangga yang telah dipublikasikan oleh Kusmayadi dan Rivai (2010), eksentrisitas digraf pada graf lintang oleh Kusmayadi dan Fathmawatie (2008) serta penelitian tentang eksentrisitas digraf pada graf gir dengan telah dipublikasikan oleh Kuntari *et al*., (2012).

Algoritma *Breadth First Search* merupakan salah satu strategi pemecahan masalah lintasan terpendek pada graf tak berbobot. Algoritma ini menggunakan implementasi struktur data *queue* (antrian) dan *linkedlist* (list berkait). Dengan algoritma ini pula kita bisa menghitung lintasan terpendek.

Penelitian ini merupakan kajian eksentrisitas digraf pada graf gir dengan dan mencari eksentrisitas digraf pada graf gir dengan menggunakan algoritma *Breadth First Search.*

* 1. **Rumusan Masalah**

Berdasarkan latar belakang maka permasalahan yang akan diselesaikan dalam penelitian ini adalah :

1. Bagaimana eksentrisitas digraf pada graf gir dengan ?
2. Bagaimana eksentrisitas digraf pada graf gir dengan menggunakan Algoritma *Breadth First Search*?
3. Bagaimana perbandingan eksentrisitas digraf pada graf gir dengan cara konvensional dan menggunakan Algoritma *Breadth First Search*?
   1. **Tujuan**
4. Menentukan eksentrisitas digraf pada graf gir dengan .
5. Menentukan eksentrisitas digraf pada graf gir dengan menggunakan Algoritma *Breadth First Search*.
6. Menentukan perbandingan eksentrisitas digraf pada graf gir dengan cara konvensional dan menggunakan Algoritma *Breadth First Search*.
   1. **Batasan Masalah**

Pembatasan masalah dalam penelitian ini adalah graf gir.

* 1. **Manfaat Penelitian**

1. Bagi Penulis

Untuk mengembangkan ilmu pengetahuan, terutama dalam mengkonstruksi eksentristas digraf pada graf gir.

1. Bagi Pembaca

Untuk menambahkan ilmu pengetahuan terutama dalam hal mengkonstruksi ekssentristas digraf pada graf gir.

1. **TINJAUAN PUSTAKA**
   1. **Definisi Teori Graf**

Definisi 1

Sebuah graf terdiri atas , sebuah himpunan titik-titik *(vertices)* yang tidak kosong dan , sebuah himpunan garis-garis *(edges)*. Setiap garis memiliki antara satu atau dua titik-titik yang terhubung dengannya, yang disebut titik-titik ujungnya *(endpoints)*. (Rosen,2012)

Menurut Munir (2016) sebuah graf dimungkinkan tidak mempunyai sisi satu buah pun, tetapi simpulnya harus ada, minimal satu. Graf yang hanya mempunyai satu buah simpul tanpa sebuah sisi pun dinamakan graf trivial.

* 1. **Graf Sederhana dan Graf Tidak Sederhana**

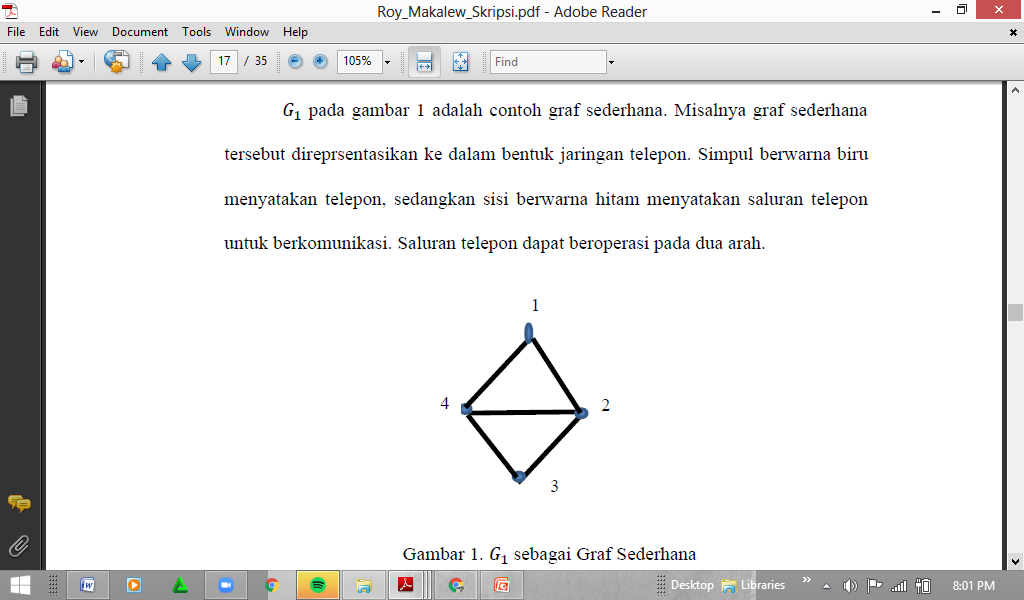
Berdasarkan ada tidaknya gelang atau sisi ganda pada suatu graf, maka secara umum graf dapat digolongkan menjadi dua jenis. (Munir, 2014)

* + 1. **Graf Sederhana *(simple graph)***

Definisi 2

Graf sederhana didefinisikan sebagai graf yang tidak terdapat sisi *edge* yang sisinya gelang maupun sisi-ganda pada setiap simpul *vertex*.

Graf pada Gambar 1 adalah contoh graf sederhana. Misalnya graf sederhana tersebut direpresentasikan ke dalam bentuk jaringan telepon. Simpul berwarna biru menyatakan telepon, sedangkan sisi berwarna hitam menyatakan saluran telepon untuk berkomunikasi. Saluran telepon darurat beroperasi pada dua arah.



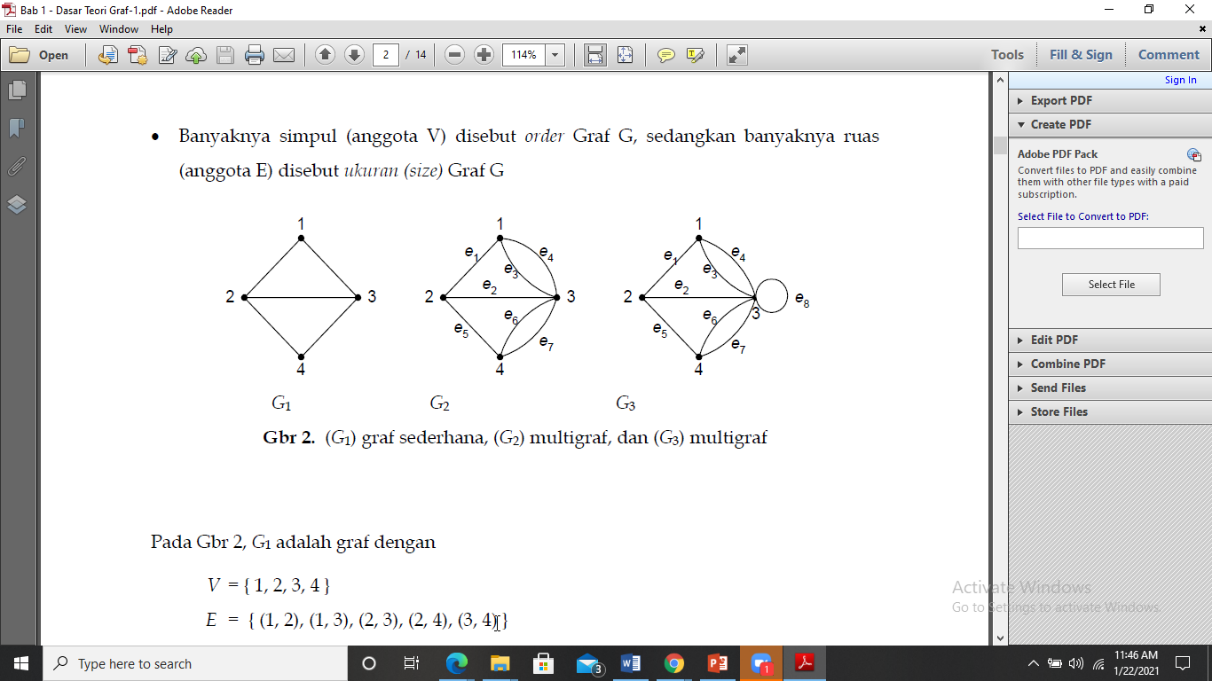
Gambar 1. Graf Sederhana

* + 1. **Graf Tidak Sederhana *(unsimple-graph)***

Definisi 3

Graf tidak sederhana didefinisikan sebagai graf yang terdapat sisi *edge* dengan sisinya ganda atau berbentuk gelang pada salah satu atau lebih simpul *vertex*.

Terdapat dua macam graf tak sederhana,yaitu graf ganda *(multigraph)* dan graf semu *(pseudograph)*. Graf ganda adalah graf yang mengandung sisi ganda. Sisi ganda dapat dinotasikan sebagai pasang tak-berurut yang sama. Kita dapat juga mendefinisikan graf ganda terdiri dari himpunan tidak kosong garis-garis dan adalah himpunan ganda *(multiset)* yang mengandung sisi ganda. Seperti pada Gambar 2



Gambar 2. Graf tidak sederhana

* 1. **Derajat *(Degree)***

Definisi 4

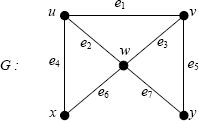
Derajat suatu simpul pada graf tidak berarah adalah jumlah sisi yang bersisian dengan simpul tersebut. Notasi (𝑣) menyatakan derajat simpul 𝑣. (Munir, 2010)

* 1. **Jalan Lintasan *(Walk)*, Lintasan *(Path)*, Siklus *(Cycle)***

Definisi 5

Jalan didefinisikan sebagai lintasan didalam suatu graf dimana terbentuk barisan terbatas dari titik-titik dan garis-garis dari dimana titik akhir dari adalah dan untuk setiap . (Walis, 2007)

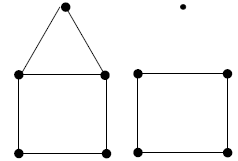
Definisi 6

Jalan dikatakan lintasan *(path)* jika semua titiknya berbeda. Lintasan adalah jejak, akan tetapi tidak semua jejak adalah lintasan. Sedangkan lintasan tertutup dinamakan sikel *(cycle).* Pada Gambar 3, jalan adalah jejak tapi bukan lintasan, sedangkan adalah sikel. (Saputra, 2006)

Gambar 3. Jalan pada graf

* 1. **Graf Terhubung *(Connected graph)***

Definisi 7

Sebuah graf dikatakan terhubung jika terdapat lintasan pada setiap titik dan dari himpunan di . (Adiwijaya, 2016) Seperti pada Gambar (a). Sebaliknya, dikatakan tidak terhubung sebagaimana pada Gambar (b).

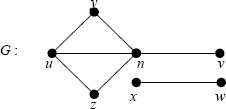
(a) (b)

Gambar 4. (a) Graf terhubung, (b) Graf Tidak terhubung

* 1. **Jarak Pada Graf**

Definisi 8

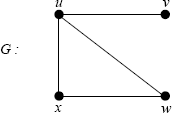
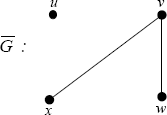
Jarak antara dua titik dan pada graf adalah panjang lintasan terpendek dari titik ke . Jika tidak ada lintasan dari titik ke , maka . (Saputra, 2006) Sebagai contoh pada Gambar 5, sedangkan .



Gambar 5. Jarak pada graf

* 1. **Graf dan Komplemennya**

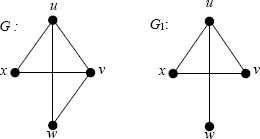
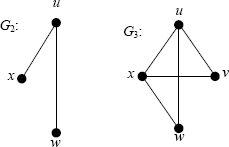
Definisi 9

Komplemen dari graf dinotasikan adalah graf dengan himpunan titik = dimana titik tetangga pada . (Saputra, 2006) Contoh graf dan komplemennya dapat dilihat pada Gambar 6.

Gambar 6. Graf dan Komplemennya

* 1. **Graf dan Subgrafnya**

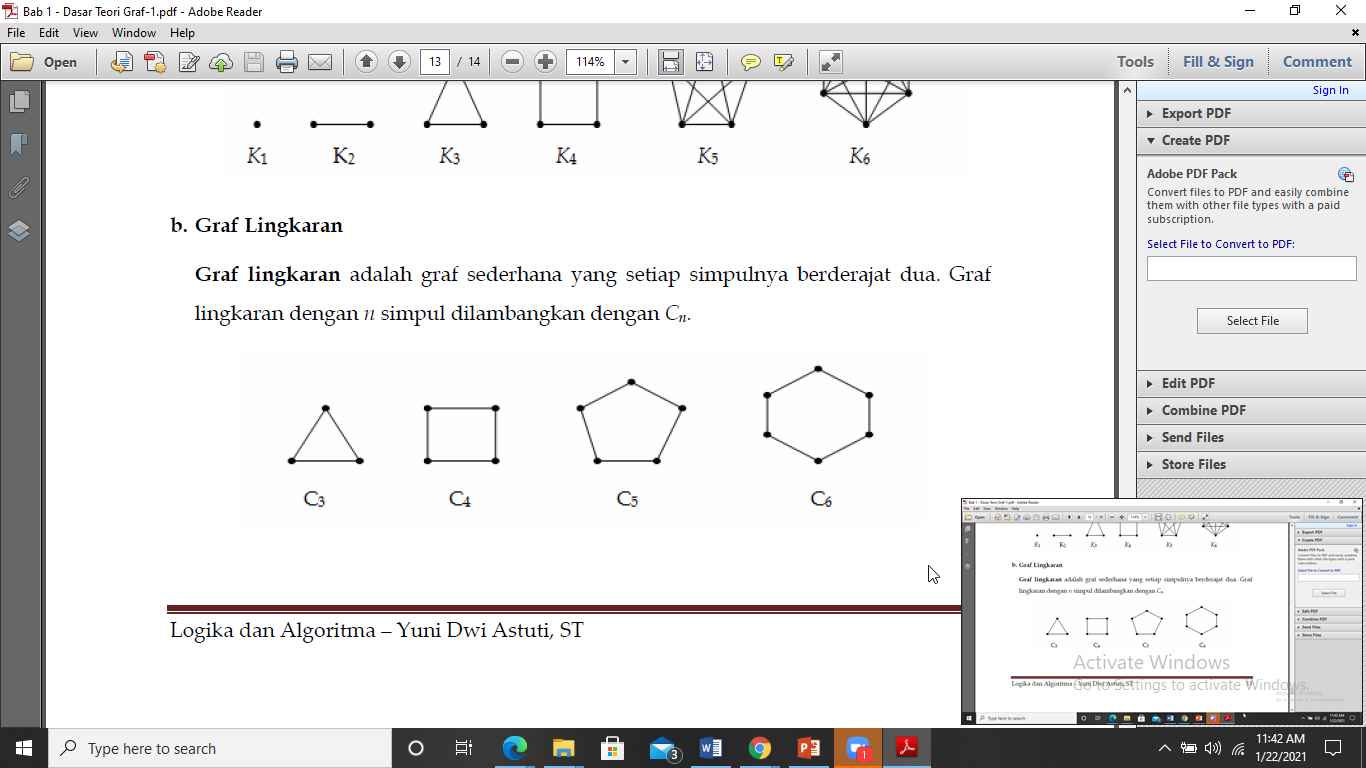
Definisi 10

Graf dikatakan subgraf dari graf jika setiap titik di adalah titik di dan setiap sisi di adalah sisi di , dengan kata lain dan . (Saputra, 2006) Sebagai contoh pada Gambar 7, dan adalah subgraf dari .

Gambar 7. Graf dan Subgrafnya

* 1. **Graf Sikel**

Definisi 11

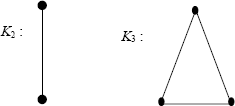
Sebuah graf yang terdiri dari satu lingkaran disebut graf sikel. Graf sikel dengan titik dinotasikan . Pada Gambar 8 dapat dilihat graf lingkaran , dan .

Gambar 8. Graf Sikel

* 1. **Graf Komplit**

Definisi 12

Graf yang setiap dua titik yang berbeda adalah tetangga disebut graf komplit. Graf komplit dengan n titik dinotasikan . (Saputra, 2006) Contoh graf komplit dan ditunjukkan pada Gambar 9.

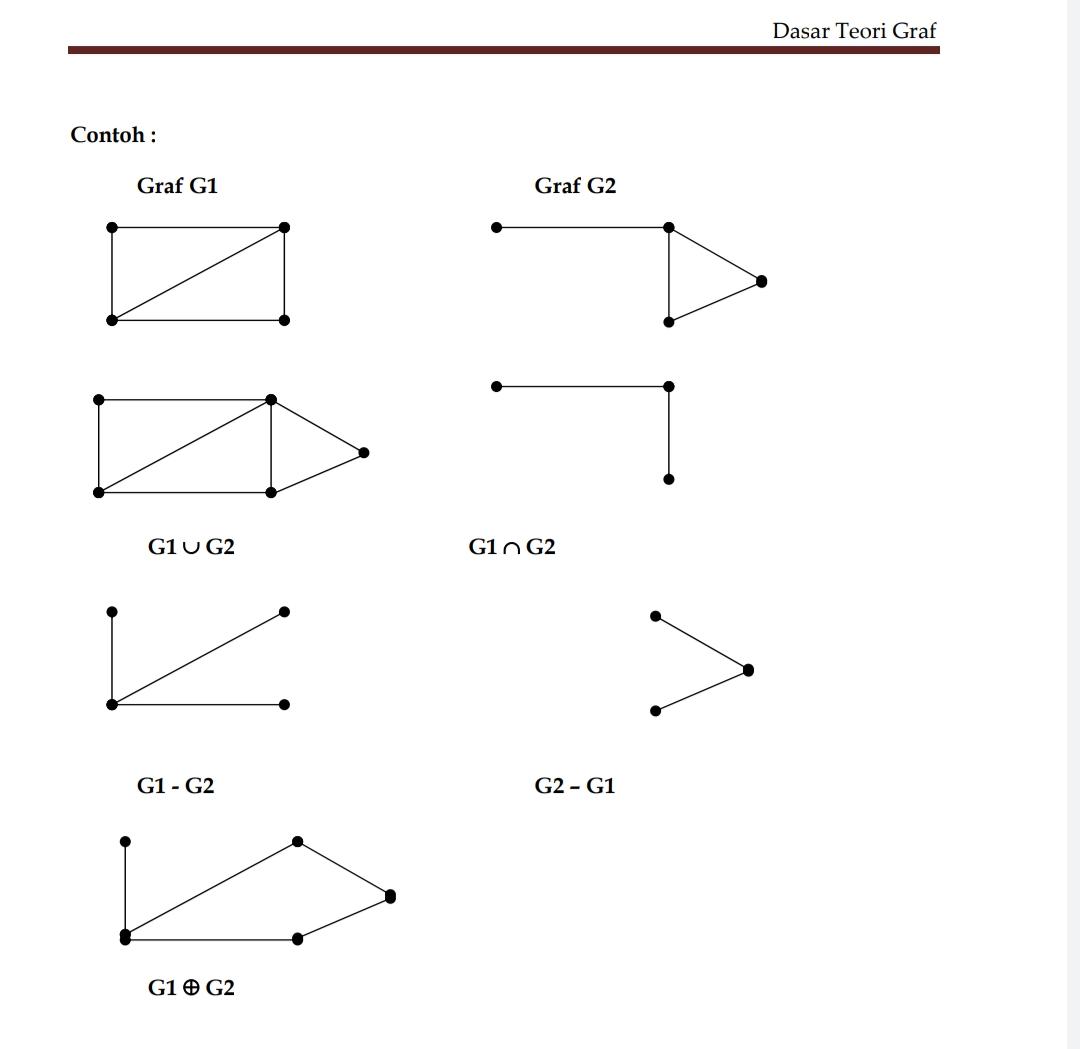


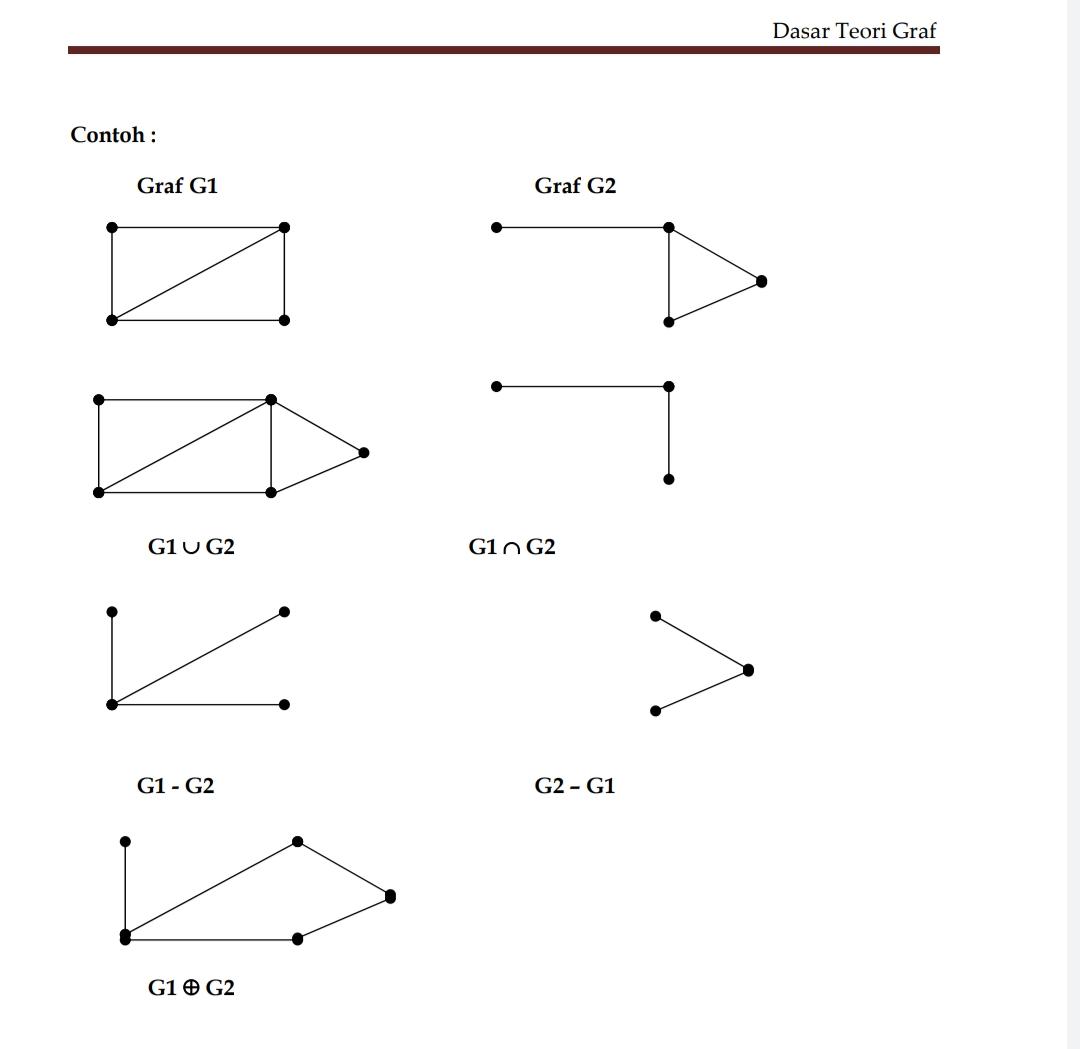
Gambar 9. Graf Komplit dan

* 1. **Graf Gabungan**

Definisi 13

Misal ada dua graf dan dimana himpunan titik dan saling asing begitu juga himpunan sisi dan , maka gabungan graf dinotasikan adalah graf yang mempunyai himpunan titik dan himpunan sisi Sebagai contoh pada Gambar 10.



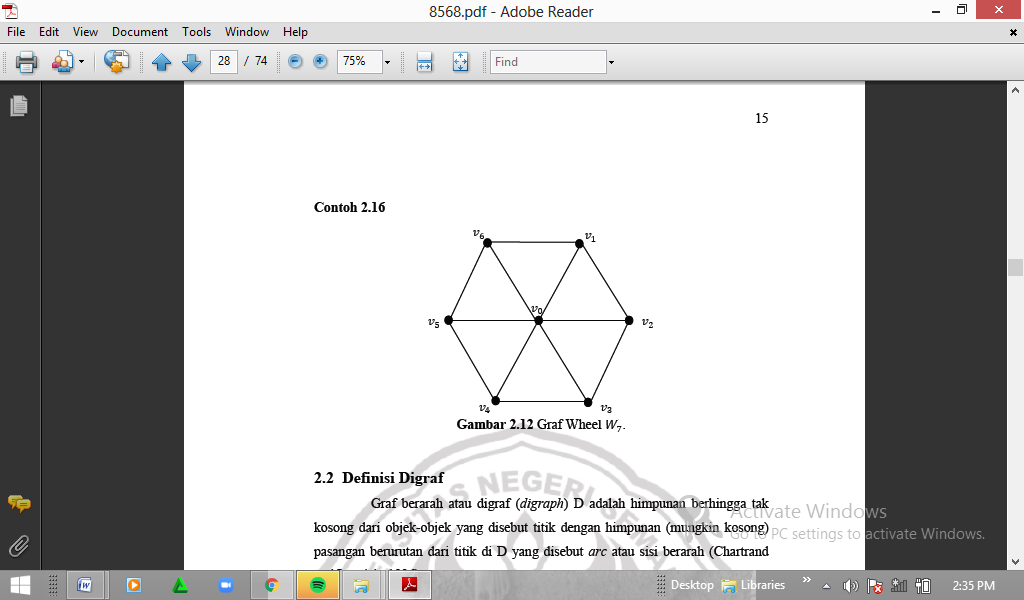


Gambar 10. Graf Gabungan

* 1. **Graf Roda**

Definisi 14

Graf Roda adalah graf dengan titik yang dibentuk dengan menghubungkan titik sentral ke semua titik dari sebuah siklus. (Rahmawati, 2014) Pada Gambar 11 adalah contoh graf roda .

****

Gambar 11. Graf Roda

Berdasarkan teorema yang sudah ada

**Teorema 2.1**

Graf roda memiliki titik dan sisi. (Assadillah, 2009)

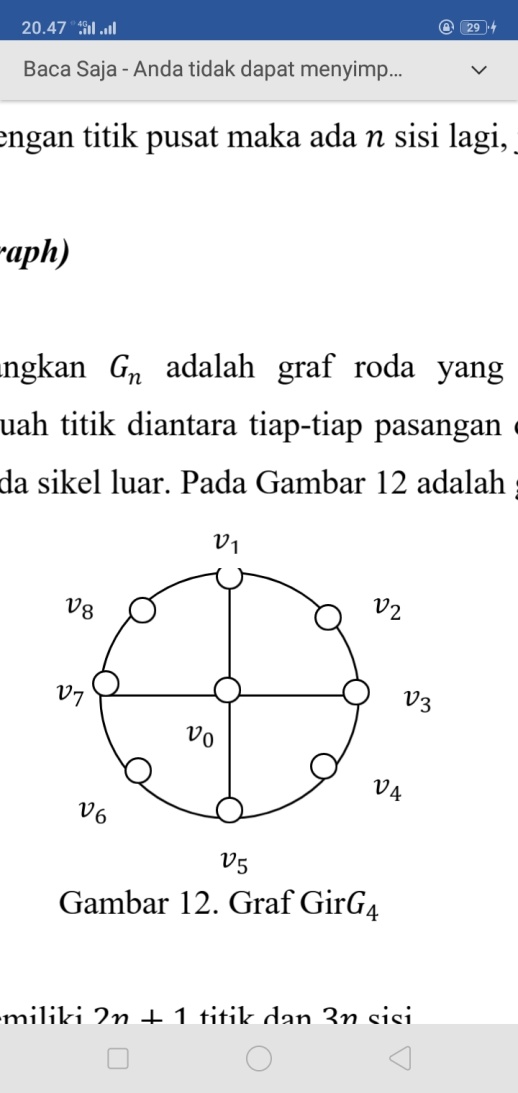
**Bukti:**

Karena graf roda memiliki titik pada sikel luar dan 1 titik pada titik pusat maka , graf roda memiliki titik pada sikel luar, maka banyaknya sisi pada sikel luar adalah dan karena semua titik pada sikel luar terhubung langsung dengan titik pusat maka ada sisi lagi, jadi .

* 1. **Graf Gir**

Definisi 15

Graf gir dilambangkan graf yang menambahan sebuah titik diantara tiap-tiap pasangan dari titik-titik graf yang berhubungan langsung pada sikel luar. (Riza, 2016) Pada Gambar 12 adalah graf roda .



Gambar 12. Graf Gir

Berdasarkan teorema yang sudah ada

**Teorema 2.2**

Graf gir memiliki titik dan sisi. (Assadillah, 2009)

**Bukti:**

Karena graf gir memiliki titik pada sikel luar dan 1 titik pada titik pusat maka graf gir memuat graf roda yang mempunyai sisi dan ada tambahan sebuah titik diantara tiap-tiap pasangan dari titik-titik graf yang terhubung langsung pada sikel luar maka akan ada sisi lagi, jadi .

* 1. **Eksentrisitas Digraf**

Definisi 16

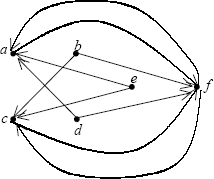
Eksentrisitas *ec*(*v*) pada titik *v* dalam graf *G* adalah jarak terjauh (maksimal lintasan terpendek) dari titik *v* ke setiap titik di *G*, dapat dituliskan *ec*(*v*) = *max*{*d*(*v*,*u*)|*u V*(*G*)}. *Radius r*(*G*) dari *G* adalah eksentrisitas minimum pada setiap titik di *G*, dapat dituliskan *rad*(G) = *min*{*ec*(*v*)|*vV*} dan *diameter* dari *G*, dinotasikan *dia*(*G*) adalah eksentrisitas maksimum pada setiap titik di *G*, dapat dituliskan *dia*(*G*)= *maks*{*ec*(*v*)|*vV*}, titik *v* disebut *titik central* jika *ec*(*v*) = *r*(*G*), center dinotasikan *cen*(*G*) adalah subgraf pada *G* yang terbentuk dari titik central. Titik *v* dikatakan titik eksentrikdari *u* jika jarak dari *v* ke *u* sama dengan titik eksentrik dari *u*, dapat dituliskan *d*(*v*,*u*) = *ec*(*u*).

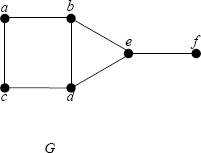
Definisi 17

Eksentrik Digraf *ED*(*G*) didefinisikan sebagai graf yang mempunyai himpunan titik yang sama dengan himpunan titik di *G* atau *V*(*ED*(*G*)) = *V*(*G*), dimana *edge* menghubungkan titik *u* ke *v* jika *v* adalah titik eksentrik dari *u*. (Saputra, 2006) Contoh graf dan eksentrik digrafnya diberikan pada Gambar 13.

Tabel 1. Eksentrisitas pada Graf

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Titik | Eksentrisitas | Titik Eksentrik |
| *a* | *ec(a) = 3* | *f* |
| *b* | *ec(b) = 2* | *c, f* |
| *c* | *ec(c) = 3* | *f* |
| *d* | *ec(d) = 2* | *a, f* |
| *e* | *ec(e) = 2* | *a, c* |
| *f* | *ec(f) = 3* | *a, c* |



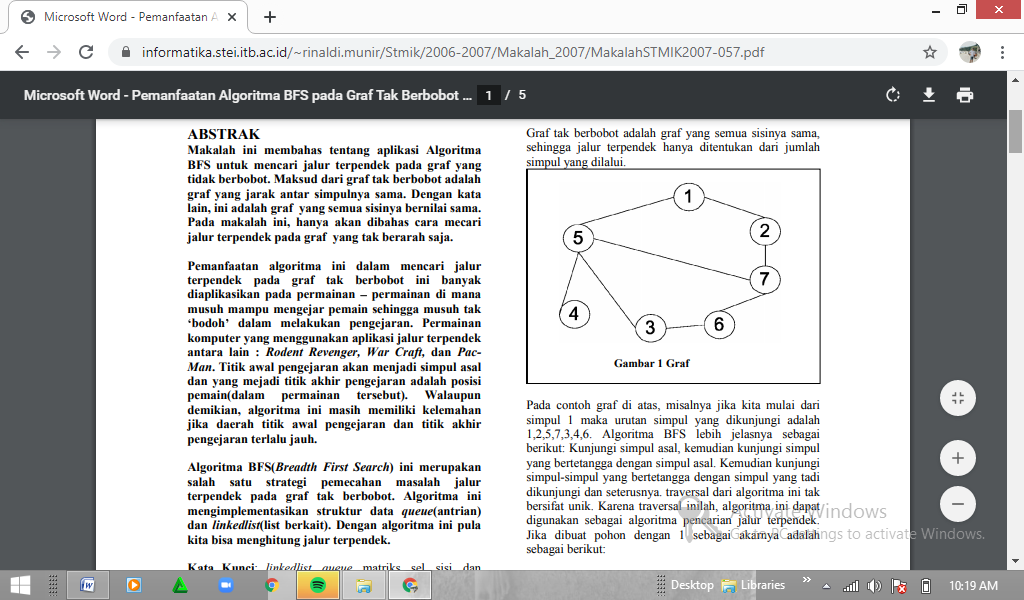
Gambar 13. Graf dan Eksentrik Digraf

* 1. **Algoritma *Breadth First Search***

Definisi 18

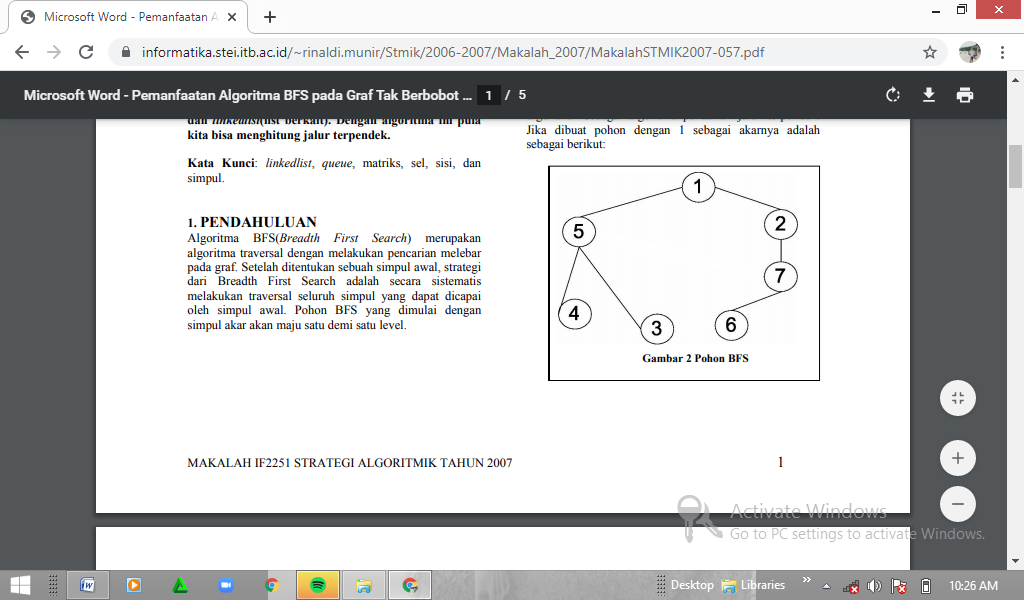
Algoritma *Breadth First Search* merupakan algoritma traversal dengan melakukan pencarian melebar. Setelah ditentukan sebuah simpul awal, strategi dari *Breadth First Search* adalah secara sistematis melakukan traversal seluruh simpul yang dapat dicapai oleh simpul awal. (Munir, 2007)

Graf tak berbobot adalah graf yang semua sisinya sama, sehingga jalur terpendek hanya ditentukan dari jumlah simpul yang dilalui.



Gambar 14. Graf Tak Berbobot

Pada contoh Gambar 14, misalnya jika kita mulai dari simpul 1 maka urutan simpul yang dikunjungi adalah 1,2,5,7,3,4,6. Algoritma *Breadth First Search* lebih jelasnya sebagai berikut: Kunjungan simpul asal, kemudian simpul yang bertetangga dengan simpul asal. Kemudian kunjungi simpul-simpul yang bertetangga dengan simpul yang tadi dikunjungi dan seterusnya. Karena traversal inilah, algoritma ini dapat digunakan sebagai algoritma pencarian jalur terpendek. Gambar 14 menggunakan Algoritma *Breadth First Search*, yaitu output 1 mendapatkan queue 5 dan 2 selanjutnya untuk output 5 didapatkan queue 3 dan 4, begitu juga dengan output 2 didapatkan queue 7 seterusnya sampai didapatkan jalur terpendek seperti pada Gambar 15.



Gambar 15. Graf *Breadth First Search*

* 1. **Aplikasi Algoritma *Breadth First Search* Dalam Masalah Mencari Lintasan Terpendek**

Diberikan Tabel 2 Matriks dengan ukuran merupakan representasi ke dalam bentuk matriks untuk mencari lintasan terpendek dengan adalah banyaknya kolom pada matriks *(vertex),* adalah banyaknya baris pada matriks *(vertex).*

Tabel 2. Matriks

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 2 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 3 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 3 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 7 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

menyatakan koordinat pada matriks. Misalkan dan . Status menggambarkan bahwa jalan tersebut tak dapat dilalui, status 2 menggambarkan sel awal, dan status 3 menggambarkan sel yang harus dituju.

Penentuan jarak dari dari *u* ke *v* dalam graf *G* menggunakan Algoritma *Breadth First Search* dilakukan dengan langkah-langkah berikut

1. Diambil salah satu *vertex* dalam graf *G,* misal *u* dan dilabeli 0 yang menyatakan jarak *u* ke *u,* sedangkan semua *u* dilabeli .
2. Semua *vertex* berlabel yang bertetanggadengan *u* dilabeli 1.
3. Semua *vertex* berlabel yang bertetangga dengan *vertex* berlabel 1 dilabeli 2, dan seterusnya sampai *vertex* yang dimaksud missal *v* berjarak hingga. Label setiap *vertex* menyatakan jarak dari *vertex u.*
4. **METODOLOGI PENELITIAN**
   1. **Waktu dan Tempat Penelitian**

Penelitian ini dilaksanakan dari bulan September 2020 – November 2020 dengan tempat penelitian dirumah, mengikuti peraturan Pemerintah Menteri Pendidikan dan Kebudayaan tahun ajaran 2020-2021 tentang *study/work from home* dikarenakan adanya pandemi Covid-19.

* 1. **Metode Penelitian**

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode studi pustaka. Pada awalnya penulis mengumpulkan referensi-referensi berupa buku, jurnal maupun sumber lainnya seperti internet. Selanjutnya dilakukan tahapan penelitian dengan meneliti dan menggabungkan referensi-referensi yang diacu sesuai dengan tujuan penelitian.

* 1. **Tahapan Penelitian**

1. Membuat bentuk model graf gir dengan .
2. Mengkonstruksi langkah-langkah dalam mencari eksentrisitas digraf pada graf gir dengan .
3. Membuat bentuk eksentrisitas digraf pada graf gir dengan .
4. Mencari eksentrisitas digraf pada graf gir dengan menggunakan Algoritma *Breadth First Search*.
   1. **Diagram Alir *(Flowchart)***

Adapun tahapan prosedur pencarian eksentrisitas digraf pada graf gir dengan menggunakan diagram alir *(flowchart)* seperti pada Gambar 16.

Mulai

Membuat model graf gir *(gear graph)*

Menentukan jarak setiap titik

Menentukan eksentrisitas dari titik

Membangun bentuk eksentrisitas digraf

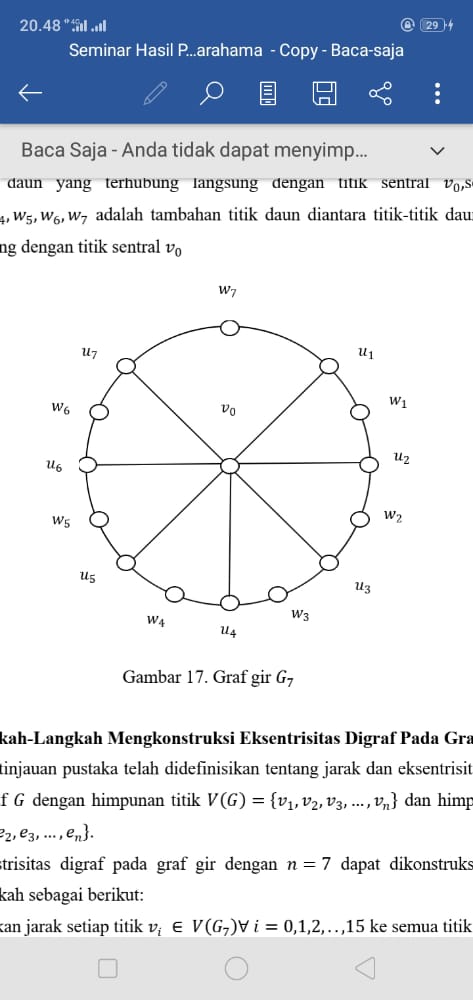
Mencari Eksentrisitas digraf menggunakan algoritma *Breadth First Search*

Selesai

Gambar 16. Diagram alir eksentrisitas digraf pada graf gir

1. **HASIL DAN PEMBAHASAN**
   1. **Membuat Model Graf Gir**

Tahap pertama dalam membuat model graf gir , graf gir tersebut telah dibatasi yaitu dengan .

Untuk tahap pertama misalkan . Sesuai dengan Definisi 15, maka didapatkan jumlah titik adalah 15, merupakan titik sentral , adalah titik daun yang terhubung langsung dengan titik sentral sedangkan adalah tambahan titik diantara titik-titik lainnya yang terhubung dengan titik sentral

Gambar 17. Graf gir

* 1. **Langkah-Langkah Mengkonstruksi Eksentrisitas Digraf Pada Graf Gir**

Pada tinjauan pustaka telah didefinisikan tentang jarak dan eksentrisitas digraf. Misalkan graf dengan himpunan titik dan himpunan sisi .

Maka eksenstrisitas digraf pada graf gir dengan dapat dikonstruksi dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Menentukan jarak setiap titik ke semua titik di dinotasikan dengan yaitu panjang lintasan terpendek dari titik ke .
2. Menentukan eksentrisitas dari titik dan titik eksentriknya. Titik dan disebut titik eksentrik dari jika jarak dari ke sama dengan Titik eksentrik dari mungkin tidak tunggal.
3. Membangun dengan himpunan dan himpunan dimanadan adalah titik eksentrik dari .
   1. **Eksentrisitas Pada Graf Gir**

Sesuai dengan langkah-langkah mengkonstruksi eksentrisitas digraf pada graf gir dengan maka misalkan bahwa graf gir mempunyai titik dengan adalah titik sentral dan adalah titik daun dan himpunan sisi dengan .

Untuk dapat dilihat pada Tabel 2.

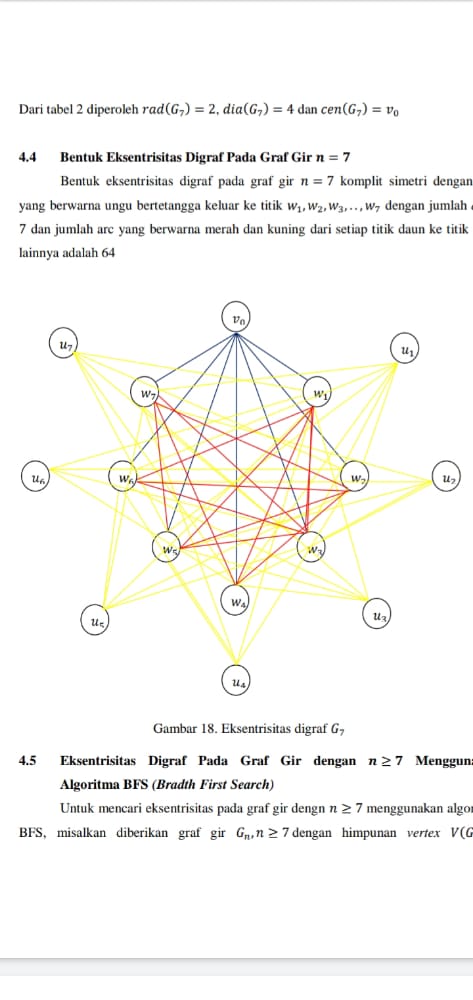
Tabel 3. Eksentrisitas pada Graf Gir

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Titik | Eksentrisitas | Titik Eksentrik |
|  | 2 |  |
|  | 3 |  |
|  | 4 |  |
|  | 3 |  |
|  | 4 |  |
|  | 3 |  |
|  | 4 |  |
|  | 3 |  |
|  | 4 |  |
|  | 3 |  |
|  | 4 |  |
|  | 3 |  |
|  | 4 |  |
|  | 3 |  |
|  | 4 |  |

Dari tabel 2 diperoleh , dan

* 1. **Bentuk Eksentrisitas Digraf Pada Graf Gir**

Bentuk eksentrisitas digraf pada graf gir komplit simetri dengan *edge* yang berwarna ungu bertetangga keluar ke titik dengan jumlah *edge* dan jumlah *edge* yang berwarna merah dan kuning dari setiap titik ke setiap titik lainnya adalah 64.



Gambar 18. Eksentrisitas digraf

* 1. **Eksentrisitas Digraf Pada Graf Gir dengan Menggunakan Algoritma *Breadth First Search***

Untuk mencari eksentrisitas pada graf gir dengn menggunakan algoritma *Breadth First Search*, misalkan diberikan graf gir dengan dan .

Teorema 1

Diberikan graf gir . Eksentrisitas digraf pada graf gir adalah untuk dan untuk dengan graf bintang, graf lintasan masing-masing berorder dan graf *circulant.*

Bukti. Menggunakan Algortima *Breadth First Search* diperoleh

, Titik Eksentrik

, Titik Eksentrik

, Titik Eksentrik

Terbentuk *edge* dengan menghubungkan antara *vertex* dan *vertex* eksentriknya *edge* yang simetrik adalah , , dan *edge* yang lain tidak simetrik.

* 1. **Perbandingan Eksentrisitas Digraf Pada Graf Gir dengan Menggunakan Cara Konvensional dan Algoritma *Breadth First Search***

Hasil eksentrisitas digraf pada graf gir dengan cara Konvensional sama dengan Algoritma *Breadth First Search*, seperti pada Tabel 3. Namun proses perhitungan dengan menggunakan algoritma BFS lebih baik dari pada dengan cara konvensional karena perhitungan jarak dari titik ke dilabeli sedangkan dengan cara konvesional tidak.

Tabel 4. Perbandingan Eksentrisitas Digraf Pada Graf Gir

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Titik | Eksentrisitas (Konvensional) | Eksentrisitas (Algoritma BFS) |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

1. **KESIMPULAN DAN SARAN**
   1. **Kesimpulan**

Berdasarkan hasil yang diperoleh, maka kesimpulan yang dapat diambil mengenai eksentrisitas digraf pada graf gir.

1. Langkah-langkah mengkonstruksi eksentrisitas digraf pada graf gir dengan adalah
2. Menentukan jarak setiap titik
3. Menentukan eksentrisitas dari titik
4. Membangun
5. Bentuk eksentrisitas digraf pada graf gir dengan adalah komplit simetri dengan *edge* dari titik sentral bertetangga keluar ke titik dengan jumlah *edge* dan jumlah *edge* dari setiap titik ke titik lainnya adalah 64.
6. Eksentrisitas digraf pada graf gir dengan meggunakan Algoritma *Breadth First Search* diperoleh :

, Titik Eksentrik

, Titik Eksentrik

, Titik Eksentrik

1. Eksentrisitas digraf pada graf gir dengan cara konvensional sama dengan eksentrisitas digraf pada graf gir menggunakan Algoritma *Breadth First Search.*
   1. **Saran**

Untuk penelitian selanjutnya disarankan meneliti lebih lanjut tentang eksentrisitas digraf pada klasifikasi graf yang lain dan yang belum pernah diteliti.

**DAFTAR PUSTAKA**

Adiwijaya. 2016. Matematika Diskrit dan Aplikasinya. Penerbit Alfabeta, Bandung.

Assadillah, H.M. 2009. *Line Graph* dari Graf Rodan dan Graf Gear . [skripsi]. Malang, Universitas Islam Negeri Malang

Aswin, J. 2007. Pemanfaatan Algoritma BFS pada Graf Tak Berbobot untuk Mencari Jalur Terpendek. Makalah IF2251 Strategi Algoritmik. Institut Tekonologi Bandung, Bandung.

Kuntari, S., K. Atmojo. T., A.S Nugroho., P. Rindang. Digraf Eksentrik Dari Graf Gear. Prosiding Seminar Nasional Matematika “Matematika dalam Riset Teknologi dan Pendidikan”; Yogyakarta, 10 November 2012. Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY.

Kusmayadi, T.A. dan F. Fathmawatie, 2008. The Eccentric Digraph Of a Lintang Graph. Math-Info*.* **1(12):8-12**

Kusmayadi, T.A. dan M. A. Rivai, 2010. The Eccentric Sequence and Cycles in Graphs. Prosiding Seminar Nasional Matematika “Matematika dalam Riset Teknologi dan Pendidikan”. **16-26**

Mandey, J.F., M. Mananohas, dan C. Montolalu.2020. Automorfisma Graf Lolipop. *d'Cartesian Jurnal Matematka dan Aplikasi*. **9(1):56-61**

Munir, R. 2016. Matematika Diskrit Ed ke-6. Penerbit Informatika, Bandung

Munir, R. 2010. Matematika Diskrit. Ed ke-3. Informatika, Bandung.

Munir, R. 2007. Diktat Kuliah IF2251 Strategi Algoritmik. Bandung: Program. Bandung:Program Studi Teknik Informatika ITB.

Oktosa, R. 2011. Digraf Eksentrik Dari Graf Star Dan Graf Wheel*.* [skrispsi] Semarang: FMIPA, Univesitas Negeri Semarang

Rahmawati, N., dan Rahajeng, B. 2014. Dekomposisi Graf Sikel, Graf Roda, Graf Gir, Dan Graf Persahabatan. *MATHunesa.* **3(3)**

Refina, R. 2016. Dimensi Partisi Graf Gir. *Jurnal Matematika UNAD*. **1(2): 21-27**

Rosen. K.H. 2012. Discrete Mathematics and Its Application. Edition. McGrwa-Hill, New York

Saputra. I, 2006. Penerapan Teori Graf Untuk Mencari Eksentrik Digraf Dari Graf Star, Graf Double Star Graf Komplit Biparti*.* Makalah 0607-45. Institut Teknologi Bandung, Bandung

Walis, W.D. 2007. *A Beginner’s Guide to Graph Theory*. Birkhauser, Boston.