

ANALISIS ALIRAN BERUBAH LAMBAT LAUN DI SALURAN TERBUKA DENGAN METODE ADAMS BASFORTH-MOULTON

Lucky G. Lasut

Staf Teknik PT. Bentara Prima

email: 1_2_strike@yahoo.com

ABSTRAK

Metode Adams Basforth-Moulton merupakan metode untuk menyelesaikan persamaan diferensial secara numerik. Hal ini sangat sesuai digunakan untuk mendapatkan solusi persamaan diferensial aliran berubah lambat-laun yang tidak dapat diselesaikan secara langsung.

Proses analisa aliran berubah lambat laun yang dilakukan dimulai dengan melakukan analisa tipe profil aliran dan selanjutnya baru dihitung kedalaman profil aliran pada tiap titik interval jarak tertentu dengan Metode Adams Basforth-Moulton. Untuk menggunakan Metode Adams Basforth-Moulton Orde 4 harus diketahui empat titik awal pada profil aliran yang bersangkutan. Sebagai titik pertama adalah kedalaman aliran pada penampang kontrol. Titik kedua sampai keempat secara numerik menggunakan Metode Runge Kutta. Mulai titik kelima dan seterusnya barulah dicari menggunakan Metode Adams Basforth-Moulton.

Pembuktian hasil perhitungan dilakukan dengan menghitung kembali contoh yang terdapat dalam literatur dengan menggunakan Metode Adams Basforth-Moulton sehingga dapat diketahui seberapa besar perbedaannya terhadap hasil perhitungan dengan metode yang lain. Untuk itu dalam contoh aplikasi diambil kasus yang telah diselesaikan dengan metode numerik lainnya yakni, Metode Tahapan Langsung dan Metode Runge Kutta Orde 4. Hasil perhitungan disajikan dalam bentuk grafik agar perbedaan interval tinjauan pada masing-masing metode tidak menjadi masalah.

Dari beberapa contoh kasus yang dipilih, ternyata bentuk profil aliran hasil perhitungan pada literatur sama dengan yang dihitung menggunakan Metode Adams Basforth-Moulton tanpa perbedaan yang berarti (signifikan) di mana selisih kedalaman hanya berkisar 0,00% - 0,86%.

Kata kunci: Aliran, berubah, lambat laun, Metode Adams Basforth-Moulton, Metode Runge-Kutta

PENDAHULUAN

Latar Belakang

Untuk keperluan hidroteknik kita perlu mengetahui profil aliran dalam suatu saluran terbuka. Profil pada aliran berubah lambat laun tidak dapat ditentukan secara eksak untuk setiap penampang aliran sehingga diperlukan cara pendekatan untuk menentukan titik-titik yang menggambarkan profil aliran.

Kemajuan teknologi komputer dewasa ini mendorong berkembangnya upaya-upaya pemecahan persoalan dengan menggunakan metode numerik. Dengan metode numerik, persamaan-persamaan yang tidak dapat diselesaikan secara analitis dapat didekati hasil-hasilnya dengan ketelitian yang memuaskan untuk penggunaan praktis.

Oleh karena itu perlu diupayakan penggunaan lanjut dari metode numerik untuk memecahkan persoalan-persoalan dalam hidrolika, khususnya aliran berubah lambat laun. Salah satu metode numerik lanjut yang

dapat digunakan adalah Metode Adams Basforth-Moulton. Dengan metode ini kedalaman aliran y dapat ditentukan untuk setiap harga x yang diinginkan. Ini salah satu perbedaan dengan metode-metode lainnya yang lebih sederhana di mana kedalaman aliran y ditentukan lebih dahulu baru nilai x (tempatnnya) dihitung.

Pembatasan Masalah

Aliran berubah lambat laun yang akan dibahas adalah aliran steady yang kedalamannya berubah secara lambat laun sepanjang saluran. Ruas saluran berbentuk prismatic, sangat panjang dan berdinding kaku serta kemiringan dasar saluran lebih kecil dari 1:10 (vertikal : horizontal). Metode komputasi yang digunakan adalah Metode Adams Basforth-Moulton Orde 4.

Tujuan Penulisan

Tulisan ini diharapkan dapat memberikan masukan tentang penggunaan metode numerik,

yaitu Metode Adams Basforth-Moulton, untuk memecahkan persoalan-persoalan dalam hidrolika, khususnya untuk menentukan profil aliran berubah lambat laun.

LANDASAN TEORI

Uraian Umum

Analisa aliran berubah lambat laun dimulai dengan mencari besaran-besaran untuk mengetahui jenis kemiringan saluran. Besaran-besaran tersebut adalah kedalaman normal y_n dan kedalaman kritis y_c . Setelah kedalaman normal dan kedalaman kritis diketahui, bandingkan kedua harga tersebut. Jika $y_n > y_c$ maka saluran tersebut merupakan saluran landai, Jika $y_n = y_c$ maka saluran tersebut merupakan saluran kritis dan jika $y_n < y_c$ merupakan saluran terjal.

Selanjutnya perkirakan bentuk profil aliran dan keadaan-keadaan khusus yang mungkin terjadi pada proses pembentukannya. Profil aliran berubah lambat laun terbentuk dari kedalaman normal sampai pada titik tertentu di mana terjadi perubahan kondisi

yang menyebabkan terjadinya aliran berubah lambat laun. Dengan demikian kedua titik tersebut menyatakan batas profil aliran serta merupakan titik awal dan titik akhir dalam perhitungan numerik dengan Metode Adams Basforth-Moulton. Jika titik awal dan titik akhir profil aliran sudah diketahui maka bentuk dan jenis profil aliran dapat diketahui pula.

Misalnya ditinjau profil aliran yang keluar dari saluran memasuki suatu waduk. Di sini perubahan kondisi terjadi di ujung hilir saluran dan tingi muka air di titik tersebut dinyatakan dengan y_{ds} . Jika diketahui Jika $y_n > y_c$, berarti saluran landai. Kemudian diketahui pula bahwa $y_n < y_{ds}$ berarti muka air menaik dan y_n serta y_{ds} merupakan batas profil aliran. Jika y_i menyatakan kedalaman titik-titik profil aliran di antara y_n dan y_{ds} maka $y_n < y_i < y_{ds}$, dan ini berarti $y_i > y_n > y_c$ sehingga y_i berada pada zone 1 (lihat tabel 1). Jadi didapat, jenis profil aliran M1 dan bentuk lengkung yang terjadi adalah kurva air balik (*backwater curve*).

Tabel 1. Jenis Profil pada Saluran Prismatis

Kemiringan saluran	Penandaan			Hubungan y terhadap y_n dan y_c			Jenis lengkung secara umum	Jenis aliran
	Zone 1	Zone 2	Zone 3	Zone 1	Zone 2	Zone 3		
Mendatar $S_0=0$	Nihil			$y > y_n > y_c$			Nihil	Nihil
		H2		$y_n > y > y_c$			Surut muka air	Subkritis
			H3	$y_n > y_c > y$			Air baik	Superkritis
Landai $0 < S_0 < S_c$	M1			$y > y_n > y_c$			Air baik	Subkritis
		M2		$y_n > y > y_c$			Surut muka air	Subkritis
			M3	$y_n > y_c > y$			Air baik	Superkritis
Kritis $S_0=S_c > 0$	C1			$y > y_c = y_n$			Air baik	Subkritis
		C2		$y_c = y = y_n$			Sejajar dasar saluran	Seragam kritis
			C3	$y_c = y_n > y$			Air baik	Superkritis
Terjal $S_0 > S_c > 0$	S1			$y > y_c > y_n$			Air baik	Subkritis
		S2		$y_c > y > y_n$			Surut muka air	Superkritis
			S3	$y_c > y_n > y$			Air baik	Superkritis
Menanjak $S_0 < 0$	Nihil			$y > (y_n)^* > y_c$			Nihil	Nihil
		A2		$(y_n)^* > y > y_c$			Surut muka air	Subkritis
			A3	$(y_n)^* > y_c > y$			Air baik	Superkritis

$(y_n)^*$ dianggap bernilai positif

Namun perlu diperhatikan keadaan tertentu di mana profil aliran berubah lambat laun diikuti atau diawali dengan aliran berubah tiba-tiba ataupun tidak terbentuk profil aliran berubah lambat laun sama sekali tetapi justru aliran seragam. Keadaan tersebut antara lain jika terjadi aliran dari zone 3 ke zone 1, maka akan terjadi loncatan hidrolis. Sedangkan jika aliran tidak terganggu oleh pintu penguras maka akan terbentuk aliran seragam. Kedua contoh tadi menunjukkan perlunya analisa tipe profil aliran sebelum melakukan perhitungan dengan Metode Adams Basforth-Moulton.

Prosedur Perhitungan

Persamaan dinamis aliran berubah lambat laun dapat dinyatakan sebagai

$$\frac{dy}{dx} = f(y) \tag{1}$$

dimana $f(y) = \frac{S_o - S_f}{1 - a(Q^2 T / g A^3)}$

dan persamaan tersebut merupakan fungsi y hanya jika S_o , n, Q dan geometri penampang diketahui.

Persamaan (1) merupakan persamaan diferensial tak linier orde satu. Dalam menangani persamaan diferensial orde kesatu haaya diperlukan satu kondisi untuk memperoleh suatu solusi yang unik. Kondisi tersebut dispesifikasikan pada harga $x = 0$, di mana x merupakan variabel independen. Masalah ini disebut *masalah harga awal*.

Jika x adalah jarak diukur dari suatu penampang kontrol, maka dengan Metode Adams Basforth-Moulton dapat diketahui tinggi muka air y pada setiap jarak x tertentu sepanjang saluran. Setiap titik baru ditentukan oleh titik-titik sebelumnya. Lengkungan garis-garis yang menghubungkan titik-titik sebelumnya menyediakan informasi mengenai trayektori dari solusi.

Metode Adams Basforth-Moulton Orde 4 memerlukan empat titik referensi untuk mendapatkan titik berikutnya. Jadi untuk menentukan sebuah titik perlu diketahui posisi empat titik sebelumnya. Jika perhitungan sudah berjalan hal ini tidak menjadi masalah. Namun jika perhitungan baru dimulai atau terjadi perubahan ukuran langkah maka yang diketahui hanyalah titik awal saja sebagai titik pemulai dan masih diperlukan lagi tiga titik pemulai lainnya agar perhitungan dengan

Metode Adams Basforth-Moulton dapat dijalankan. Oleh karena itu, untuk mendapatkan ketiga titik tersebut digunakan salah satu Metode Satu Langkah (*One Step Method*), yakni Metode Runge Kutta Orde 4.

Metode Runge Kutta mencari harga y pada $(x + \Delta x)$ berdasarkan pada harga y di x . Dengan menggunakan notasi $y = y(x_i)$ serta $x_i + \Delta x = x_{i+1}$, dan karena itu $y_{i+1} = y(x_{i+1})$, persamaan Runge Kutta Orde 4 dapat ditulis sebagai berikut,

$$Y_{i+1} = y_i + (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \tag{2}$$

dimana

$$k_1 = h.f(y_i)$$

$$k_2 = h.f(y_i + \frac{1}{2}k_1)$$

$$k_3 = h.f(y_i + \frac{1}{2}k_2)$$

$$k_4 = h.f(y_i + \frac{1}{2}k_3)$$

dan $h = \Delta x = x_i - x_{i-1}$

Setelah empat titik pemulai diketahui, maka sekarang Metode Adams Basforth-Moulton dapat digunakan. Pada metode ini harga y pada x_{i+1} dievaluasi berdasarkan harga y pada empat titik sebelumnya (yakni titik x_i , x_{i-1} , x_{i-2} , dan x_{i-3}) dengan formula Adams-Bashforth

$$y_{i+1}^o = y_i^m + h(\frac{55}{24}f_i^m - \frac{59}{24}f_{i-1}^m + \frac{37}{24}f_{i-2}^m - \frac{9}{24}f_{i-3}^m) \tag{3}$$

dan formula Adams-Moulton

$$y_{i+1}^j = y_i^m + h(\frac{9}{24}f_{i+1}^{j-1} + \frac{19}{24}f_i^m - \frac{5}{24}f_{i-1}^m + \frac{1}{24}f_{i-2}^m) \tag{4}$$

dimana

y_{i+1}^o = kedalaman aliran prediksi pada jarak h dari titik awal (x_i, y_i)

y_{i+1}^j = kedalaman aliran koreksi pada iterasi yang ke j

y_i^m = kedalaman aliran pada titik awal (x_i, y_i)

f_i^m = fungsi kedalaman aliran pada titik (x_i, y_i)

f_{i-1}^m = fungsi kedalaman aliran pada titik (x_{i-1}, y_{i-1})

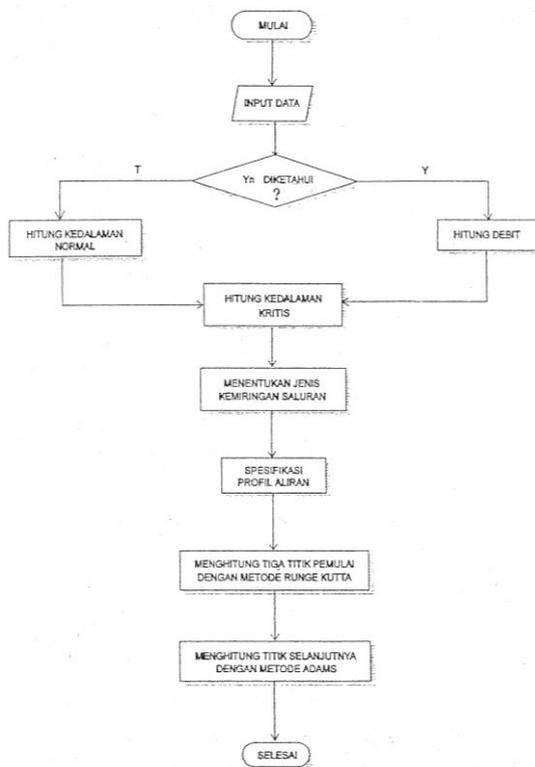
- f_{i-2}^m = fungsi kedalaman aliran pada titik (x_{i-2}, y_{i-2})
- f_{i-3}^m = fungsi kedalaman aliran pada titik (x_{i-3}, y_{i-3})
- f_{i+1}^{j-1} = fungsi kedalaman aliran di titik (x_{i+1}, y_{i+1}) pada iterasi ke (j-1)
- h = interval segmen tinjauan

Untuk mencari kedalaman aliran pada interval berikutnya, mula-mula titik tersebut diprediksi (ditaksir) dengan formula Adams-Bashforth. Sesudah itu harga prediksi tersebut dikoreksi dengan cara iterasi oleh formula Adams-Moulton. Demikian seterusnya, titik-titik berikut dicari dengan cara yang sama. Titik-titik yang telah diketahui menjadi pedoman untuk mencari titik selanjutnya.

METODOLOGI

Diagram Alir Perhitungan

Langkah-langkah perhitungan diperlihatkan pada Gambar 1 berikut:



Gambar 1. Flow Chart Analisa aliran Berubah Lambat Laun dengan Metode Adams Bashforth-Moulton

CONTOH KASUS

Berikut ini akan diberikan beberapa contoh kasus yang diselesaikan dengan Metode Adams. Semua contoh diambil dari buku Flow in Open Channels oleh K. Subramanya (1986) dengan maksud untuk membandingkan hasil yang diperoleh menggunakan Metode Adams terhadap hasil perhitungan dengan metode numerik lainnya yang telah dilakukan oleh penulis buku tersebut. Karena terdapat perbedaan interval tinjauan antara berbagai metode tersebut maka hasil-hasil perhitungan diperlihatkan dalam bentuk grafik agar lebih mudah membandingkannya.

Contoh Kasus 1.

Sebuah saluran trapesium dengan lebar dasar saluran b: 5,0m, kemiringan dasar saluran S_0 : 0,0004, miring sisi tebing saluran 2 horisontal : 1 vertikal dan koefisien kekasaran saluran n : 0,02. Kedalaman normal aliran y_n = 3,0 m. Jika aliran menuju ke sebuah waduk di hilir saluran dan tinggi muka air di waduk 1,25 m diukur dari elevasi dasar saluran, gambarkan profil aliran berubah lambat laun yang terjadi.

Hasil perhitungan dengan Metode Adams Bashforth-Moulton adalah sebagai berikut,

" ALIRAN DARI HILIR SALURAN MASUK KE RESERVOIR "

D A T A :

LEBAR DASAR SALURAN : b = 5.00 METER
 KEMIRINGAN TEBING SALURAN : m = 2.00
 KOEFISIEN KEKASARAN PERMUKAAN SALURAN : n = 0.020
 KEMIRINGAN DASAR SALURAN : S_0 = 0.00040
 KEDALAMAN NORMAL ALIRAN : y_n = 3.000 METER

HASIL ANALISA :

DEBIT ALIRAN : Q = 48.68404 METER KUBIK / DETIK
 KEDALAMAN KRITIS ALIRAN : y_c = 1.690 METER
 JENIS KEMIRINGAN SALURAN : SALURAN LANDAI

D A T A K A S U S :

TINGGI MUKA AIR RESERVOIR : y_{ds} = 1.250 METER

HASIL ANALISA :

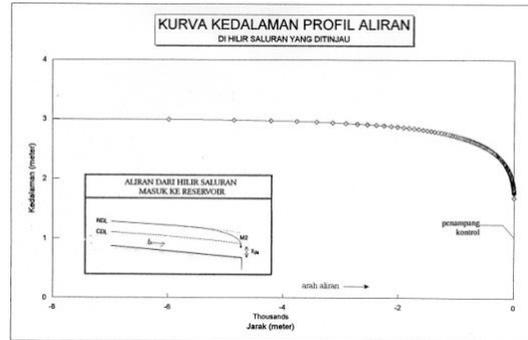
DI HILIR SALURAN TERJADI PROFIL ALIRAN TIPE M2

Gambar 2. Resume Hasil Perhitungan dengan Metode Adams pada Contoh Kasus 1

Tabel 2. Hasil Perhitungan dengan Metode Adams Bashforth-Moulton pada Contoh Kasus 1

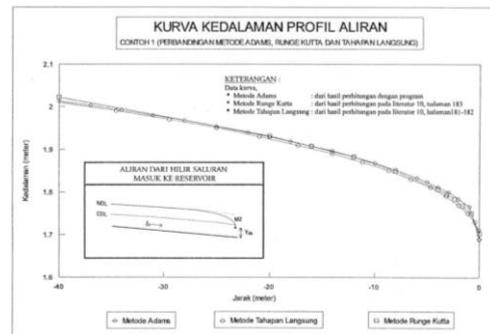
TABEL KEDALAMAN PROFIL ALIRAN		
SEGMENT NO	JARAK (METER)	KEDALAMAN (METER)
1	0.0000	1.69015300
2	-1.0000	1.76603799
3	-2.0000	1.78392603
4	-3.0000	1.79863035
5	-4.0000	1.81137842
6	-5.0000	1.82289175
7	-6.0000	1.83331415
8	-8.0000	1.85178536
9	-10.0000	1.86796984
10	-12.0000	1.88249860
11	-14.0000	1.89575700
12	-16.0000	1.90801011
13	-18.0000	1.91941094
14	-20.0000	1.93011949
15	-22.0000	1.94022772
16	-25.0000	1.95443282
17	-28.0000	1.96766553
18	-31.0000	1.98007744
19	-34.0000	1.99178477
20	-37.0000	2.00287890
21	-40.0000	2.01343319
22	-43.0000	2.02350762
23	-47.0000	2.03627859
24	-51.0000	2.04838081
25	-55.0000	2.05989248
26	-59.0000	2.07087790
27	-63.0000	2.08139061
28	-67.0000	2.09147582
29	-72.0000	2.10353935
30	-77.0000	2.11505850
31	-82.0000	2.12608682
32	-87.0000	2.13666977
33	-92.0000	2.14684634
34	-98.0000	2.15856899
35	-104.0000	2.16980501
36	-110.0000	2.18059741
37	-116.0000	2.19098336
38	-122.0000	2.20099524
39	-129.0000	2.21224067
40	-136.0000	2.22305490
41	-143.0000	2.23347231
42	-150.0000	2.24352305
43	-158.0000	2.25459464
44	-166.0000	2.26525701
45	-174.0000	2.27554097
46	-183.0000	2.28669186
47	-192.0000	2.29743245
48	-201.0000	2.30779293
49	-210.0000	2.31780010
50	-220.0000	2.32853378
51	-230.0000	2.33888993
52	-240.0000	2.34889454
53	-251.0000	2.35952127
54	-262.0000	2.36977842
55	-274.0000	2.38057550
56	-286.0000	2.39099081
57	-298.0000	2.40104998
58	-311.0000	2.41157215
59	-324.0000	2.42172957
60	-338.0000	2.43228741
61	-352.0000	2.44247598
62	-367.0000	2.45300948
63	-382.0000	2.46317260
64	-398.0000	2.47363162
65	-414.0000	2.48372193
66	-431.0000	2.49406488
67	-449.0000	2.50461911
68	-467.0000	2.51479121
69	-486.0000	2.52514061
70	-506.0000	2.53563213
71	-526.0000	2.54573726
72	-547.0000	2.55595844
73	-569.0000	2.56626598
74	-592.0000	2.57663221
75	-616.0000	2.58703149
76	-640.0000	2.59703172
77	-665.0000	2.60705141
78	-691.0000	2.61706922
79	-719.0000	2.62742806
80	-748.0000	2.63771792
81	-778.0000	2.64792365
82	-809.0000	2.65803157
83	-842.0000	2.66833495
84	-876.0000	2.67849095
85	-911.0000	2.68849118
86	-948.0000	2.69859535
87	-987.0000	2.70876101
88	-1028.0000	2.71894884
89	-1071.0000	2.72912265
90	-1116.0000	2.73924937
91	-1163.0000	2.74929892
92	-1213.0000	2.75944175
93	-1266.0000	2.76962206
94	-1322.0000	2.77978866
95	-1381.0000	2.78989498
96	-1443.0000	2.79989909
97	-1509.0000	2.80991058
98	-1580.0000	2.82000644
99	-1656.0000	2.83010489
100	-1737.0000	2.84013213
101	-1824.0000	2.85013317
102	-1919.0000	2.86022961
103	-2022.0000	2.87029925
104	-2134.0000	2.88031934
105	-2257.0000	2.89032774
106	-2394.0000	2.90038748
107	-2547.0000	2.91040398
108	-2720.0000	2.92047016
109	-2918.0000	2.93048595
110	-3149.0000	2.94048945
111	-3426.0000	2.95050869
112	-3769.0000	2.96051578
113	-4218.0000	2.97053303
114	-4861.0000	2.98053637
115	-5991.0000	2.99053756
116	-1013507.0000	2.99999996

Sumber: Hasil Perhitungan



Gambar 3. Kurva Profil Aliran dengan Metode Adams Bashforth-Moulton pada Contoh Kasus 1

Hasil komputasi dengan Metode Adams Bashforth-Moulton ini akan dibandingkan dengan hasil perhitungan dari dua metode numerik lainnya yaitu Metode Runge Kutta dan Metode Tahapan Langsung. Hasil dari ketiga metode tersebut di atas disajikan dalam bentuk grafik yang diperlihatkan dengan skala diperbesar pada Gambar 4.



Gambar 4. Perbandingan Penyelesaian Contoh Kasus 1 dengan Metode Adams Bashforth-Moulton, Runge Kutta dan Tahapan Langsung

Dari Gambar 4 diketahui bahwa apabila kedalaman aliran yang dihitung dengan Metode Adams dibandingkan terhadap hasil yang diperoleh memakai Metode Runge Kutta (dengan menganggap bahwa hasil yang terdapat pada metode pembanding dalam hal ini Metode Runge Kutta; lebih tepat), selisih terbesar adalah

$$\frac{0,01m}{1,77m} \times 100\% = 0,56\%$$

Sedangkan jika dibandingkan dengan hasil yang diperoleh menggunakan Metode Tahapan Langsung, maka selisih terbesar adalah

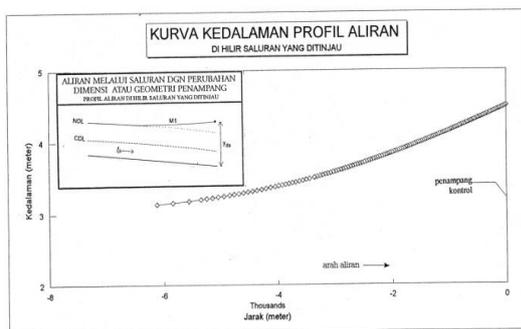
$$\frac{0,015m}{1,75m} \times 100\% = 0,86\%$$

Contoh Kasus 2.

Sebuah sungai dengan lebar 100,00 m dan kedalaman 3,00 m mempunyai kemiringan dasar saluran 0,0005. Gambarkan profil aliran berubah lambat laun yang dihasilkan oleh sebuah bendungan rendah yang menyebabkan permukaan air di hulu bendungan naik 1,50 m dari kedalaman normal. Asumsikan penampang berbentuk empat persegi panjang dan $n = 0,035$.



Gambar 5. Resume Hasil Perhitungan dengan Metode Adams pada Contoh Kasus 2



Gambar 6. Kurva Profil Aliran dengan Metode Adams pada Contoh Kasus 2

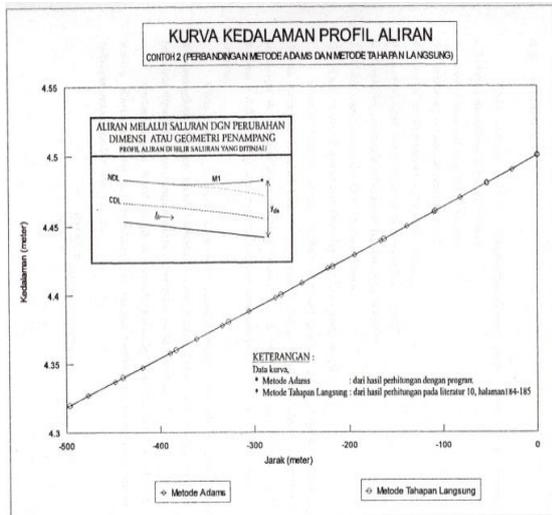
Hasil perhitungan Metode Adams Bashforth-Moulton dibandingkan dengan hasil perhitungan menggunakan Metode Tahapan Langsung. Hasil dari kedua metode tersebut tadi ditunjukkan dalam bentuk grafik dengan skala diperbesar pada gambar 7.

Tabel 3. Hasil Perhitungan dengan Metode Adams pada Contoh Kasus 2

SEGMENT NO	JARAK (METER)	KEDALAMAN (METER)
1	0.0000	4.50000000
2	-27.0000	4.48997429
3	-54.0000	4.47997413
4	-82.0000	4.46963080
5	-110.0000	4.45913538
6	-138.0000	4.44902807
7	-166.0000	4.43876909
8	-194.0000	4.42853863
9	-222.0000	4.41833691
10	-250.0000	4.40816413
11	-278.0000	4.39802052
12	-306.0000	4.38790629
13	-334.0000	4.37782159
14	-362.0000	4.36776671
15	-390.0000	4.35774182
16	-419.0000	4.34739076
17	-448.0000	4.33707235
18	-477.0000	4.32678682
19	-506.0000	4.31653441
20	-535.0000	4.30631536
21	-564.0000	4.29612991
22	-593.0000	4.28597830
23	-622.0000	4.27586076
24	-651.0000	4.26577753
25	-680.0000	4.25572885
26	-709.0000	4.24571497
27	-739.0000	4.23539264
28	-769.0000	4.22510807
29	-799.0000	4.21486152
30	-829.0000	4.20465324
31	-859.0000	4.19448352
32	-889.0000	4.18435261
33	-919.0000	4.17426077
34	-949.0000	4.16420827
35	-979.0000	4.15419538
36	-1010.0000	4.14389061
37	-1041.0000	4.13362869
38	-1072.0000	4.12340992
39	-1103.0000	4.11323459
40	-1134.0000	4.10310298
41	-1165.0000	4.09301538
42	-1196.0000	4.08297207
43	-1228.0000	4.07265155
44	-1260.0000	4.06237884
45	-1292.0000	4.05215425
46	-1324.0000	4.04197809
47	-1356.0000	4.03185067
48	-1388.0000	4.02177230
49	-1420.0000	4.01174327
50	-1453.0000	4.00175283
51	-1486.0000	3.99121552
52	-1519.0000	3.98103167
53	-1552.0000	3.97090159
54	-1585.0000	3.96082560
55	-1618.0000	3.95080403
56	-1652.0000	3.94053602
57	-1686.0000	3.93032644
58	-1720.0000	3.92017563
59	-1754.0000	3.91008392
60	-1788.0000	3.90005164
61	-1823.0000	3.88978672
62	-1858.0000	3.87958546
63	-1893.0000	3.86944822
64	-1928.0000	3.85937533
65	-1963.0000	3.84936712
66	-1999.0000	3.83931407
67	-2035.0000	3.82931558
68	-2071.0000	3.81889585
69	-2107.0000	3.80887792
70	-2144.0000	3.79865479
71	-2181.0000	3.78850609
72	-2218.0000	3.77843216
73	-2256.0000	3.76816414
74	-2294.0000	3.75797567
75	-2332.0000	3.74786709
76	-2370.0000	3.73783874
77	-2409.0000	3.72763022
78	-2448.0000	3.71750686
79	-2487.0000	3.70746897
80	-2527.0000	3.69726280
81	-2567.0000	3.68714716
82	-2607.0000	3.67712236
83	-2648.0000	3.66694150
84	-2689.0000	3.65685664
85	-2731.0000	3.64662564
86	-2773.0000	3.63648593
87	-2815.0000	3.62644677
88	-2858.0000	3.61630624
89	-2901.0000	3.60625161
90	-2945.0000	3.59607400
91	-2989.0000	3.58600868
92	-3034.0000	3.57583092
93	-3079.0000	3.56577092
94	-3125.0000	3.55560919
95	-3171.0000	3.545557071
96	-3218.0000	3.53544134
97	-3265.0000	3.52544071
98	-3313.0000	3.515366014
99	-3362.0000	3.50520797
100	-3448.0000	3.48772803
101	-3508.0000	3.47578149
102	-3568.0000	3.46404081
103	-3628.0000	3.45250840
104	-3688.0000	3.44118363
105	-3748.0000	3.43006578
106	-3808.0000	3.41915402
107	-3868.0000	3.40844745
108	-3928.0000	3.39794504
109	-3988.0000	3.38764570
110	-4048.0000	3.37754823
111	-4128.0000	3.36439669
112	-4208.0000	3.35159841
113	-4288.0000	3.33919498
114	-4368.0000	3.32704704
115	-4448.0000	3.31528600
116	-4528.0000	3.30386235
117	-4608.0000	3.29277151
118	-4688.0000	3.28200869
119	-4768.0000	3.27156890
120	-4848.0000	3.26144696
121	-4948.0000	3.24923331
122	-5048.0000	3.23749707
123	-5148.0000	3.22622706
124	-5248.0000	3.21541180
125	-5348.0000	3.20503956
126	-5448.0000	3.18466156
127	-5548.0000	3.16025607
128	-6118.0000	3.13875266
129	-24010530.0000	3.00000000

Sumber: Hasil Perhitungan

Dari gambar tersebut terlihat bahwa tidak ada perbedaan yang nyata antara kedua kurva tersebut dan prosentase selisih kedalaman aliran sepanjang kurva dapat dianggap 0,0%.



Gambar 7. Perbandingan Penyelesaian Contoh Kasus 2 dengan Metode Adams Bashforth-Moulton dan Tahapan Langsung

PENUTUP

Kesimpulan

1. Metode Adams Bashforth-Moulton ini dapat digunakan untuk keperluan analisa hidrolika aliran berubah lambat laun.
2. Dibandingkan dengan metode-metode pada Simple Numerical Methods (Metode Numerik Sederhana), terlihat bahwa Metode Adams Bashforth-Moulton lebih efektif untuk penggunaan di lapangan sebab dapat menghitung kedalaman air pada tiap stasiun yang diinginkan.

Saran

1. Perlu dikembangkan penggunaan metode numerik untuk memecahkan masalah-masalah dalam hidrolika, terutama yang tidak dapat diselesaikan secara eksak atau memerlukan waktu yang lama untuk dihitung secara manual.
2. Agar dapat dikaji penggunaan Metode Adams Bashforth-Moulton untuk masalah hidrolika lainnya.

DAFTAR PUSTAKA

- Atkinson, K., 1985. *Elementary Numerical Analysis*, John Wiley & Sons, New York.
- Blevins, D. R., 1984. *Applied Fluid Dynamics Handbook*, Van Nostrand, New York.
- Chapra, S. C., Canale, R. P., 1988. *Numerical Methods for Engineers*, 2nd edition, Mc Graw-Hill, New York.
- Chow, V. T., 1959. *Open Channel Hydraulics*, Mc Graw-Hill, New York.
- Conte, S. D., and de Boor, C., 1980. *Elementary Numerical Analysis*, 3rd edition, Mc Graw-Hill, New York.
- French, R. H., 1985. *Open Channel Hydraulics*, Mc Graw-Hill, New York.
- Hammond, R. H., Rogers, W. B., and Crittenden, J. B., 1987. *Introduction to Fortran 77 and The Personal Computer*, Mc Graw-Hill, New York.
- Merrit, F. S., 1983. *Standard Handbook for Civil Engineers*, 3rd edition, Mc Graw-Hill, New York.
- Ranga Raju, K. G., 1981. *Flow Through Open Channels*, Tata Mc Graw-Hill, New Delhi.
- Subramanya, K., 1986. *Flow in Open Channels*, 1st revised edition, Tata Mc Graw-Hill, New Delhi.

Halaman ini sengaja dikosongkan