

## PERHITUNGAN LENDUTAN BALOK TAPER KANTILEVER DENGAN MENGGUNAKAN SAP2000

Oman Anri Pala'biran

Reky S. Windah, Ronny Pandaleke

Fakultas Teknik Jurusan Sipil Universitas Sam Ratulangi Manado

Email : [omanpalabiran76@gmail.com](mailto:omanpalabiran76@gmail.com)

### ABSTRAK

*Suatu struktur dituntut untuk tidak mengalami lendutan yang berlebihan agar mempunyai kemampuan layanan yang baik. Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis lendutan yang terjadi pada balok taper kantilever menggunakan metode Metode Elemen Hingga dengan variasi jumlah dan bentuk elemen. Analisis Metode Elemen Hingga dilakukan dengan menggunakan program SAP2000 yang mampu melakukan perhitungan struktur statik dan dinamis. Program ini sudah banyak digunakan oleh Engineer Struktur untuk memodelkan dan menganalisis suatu sistem struktur secara keseluruhan maupun suatu elemen struktur. Hasil penelitian menunjukkan bahwa jumlah pembagian elemen pada Metode Elemen Hingga berpengaruh terhadap hasil yang diperoleh dimana semakin baik pendekatan yang diberikan akan memberikan hasil yang lebih baik serta bentuk elemen pada Metode Elemen Hingga juga berpengaruh pada hasil yang didapatkan, dimana elemen segiempat lebih mendekati nilai eksak (2.73 mm) dibanding dengan elemen segitiga. Dapat dilihat pada jumlah elemen yang sama yaitu 40,80,160 dan 320 elemen, lendutan dengan bentuk elemen segiempat untuk model balok a yaitu 2.7734 mm, 2.789 mm, 2.7922 mm, 2.8004 mm, untuk model balok b yaitu 2.7601 mm, 2.7756mm, 2.7787 mm, 2.7866 mm sedangkan elemen segitiga untuk model balok a yaitu 1.2974 mm, 1.6799 mm, 2.1562mm, 2.3889mm dan untuk model balok b yaitu 1.3581 mm, 1.7301 mm, 2.1931 mm, 2.4073 mm*

**Kata Kunci :** *Balok Non Prismatis, Lendutan, Metode Elemen Hingga, SAP2000*

### PENDAHULUAN

#### Latar Belakang

Dalam kehidupan sehari-hari banyak dijumpai konstruksi-konstruksi bangunan yang berbentuk kantilever. Kantilever itu sendiri merupakan balok yang didukung pada salah satu ujungnya dan ujung yang lain bebas. Konstruksi kantilever dapat ditemui misalnya seperti pada bagian atap bangunan yang tidak memakai penyangga, jembatan kantilever, balkon dan masih banyak lagi yang lain. Bentuk-bentuk kantilever pada umumnya berbentuk prismatis dan nonprismatis, dimana balok kantilever prismatis merupakan balok kantilever yang memiliki dimensi penampang yang sama dari salah satu ujung

ke ujung yang lainnya sedangkan balok kantilever nonprismatis atau biasa disebut balok taper kantilever merupakan balok kantilever yang memiliki dimensi penampang dengan ukuran yang berbeda dari salah satu ujung dengan ujung lainnya.

Selain didesain untuk menahan beban yang bekerja, suatu struktur juga dituntut untuk tidak mengalami lendutan yang berlebihan (*over deflection*) agar mempunyai kemampuan layanan (*serviceability*) yang baik. Lendutan yang terjadi harus masih dalam batas yang diijinkan (*permissible deflection*). Pada umumnya lendutan/defleksi balok perlu

ditinjau agar tidak melampaui nilai tertentu, karena dapat terjadi dalam perancangan ditinjau dari segi kekuatan, balok masih mampu menahan beban, namun lendutannya cukup besar sehingga tidak nyaman lagi. Perancangan yang mempertimbangkan batasan lendutan dinamakan perancangan berdasarkan kekakuan (*design for stiffness*).

Ada beberapa metode yang dapat dipergunakan untuk menyelesaikan persoalan-persoalan lendutan pada balok seperti metode integrasi ganda (*double integrations method*), metode luas bidang momen (*moment area method*), metode balok padanan (*conjugate beam method*), dan metode beban satuan (*unit load method*), metode-metode tersebut merupakan metode dengan penyelesaian matematik dan pada umumnya digunakan pada perhitungan balok prismatis untuk solusi persamaan bagi geometri yang rumit, pembebanan, dan sifat material tertentu, umumnya tidak hanya diperoleh dengan penyelesaian analisis matematik dari persamaan diferensial penentunya. Penyelesaian analitik yang diperoleh menetapkan parameter yang dicari bagi sistem struktur dari persamaan diferensial penentu sangat terbatas pada kondisi tertentu seperti beban, geometri dan sifat bahan. Dengan demikian, salah satu cara pendekatan metode elemen hingga dengan menggunakan program komputer merupakan solusi yang digunakan untuk memperoleh penyelesaian bagi sistem dengan geometri, beban dan material yang kompleks seperti pada balok taper kantilever (balok kantilever nonprismatis).

### Rumusan Masalah

Semua balok akan terdefleksi (atau melendut) dari posisi awalnya apabila terbebani (paling tidak disebabkan oleh berat sendirinya). Dalam struktur bangunan, seperti : balok dan plat lantai tidak boleh melendut terlalu berlebihan (*over deflection*) untuk mengurangi kemampuan

layanannya (*serviceability*) dan keamanannya (*safety*) yang akan mempengaruhi psikologis (ketakutan) pengguna. Deformasi merupakan salah satu kontrol kestabilan suatu elemen balok terhadap kekuatannya. Biasanya deformasi dinyatakan sebagai perubahan bentuk elemen struktur dalam bentuk lengkungan ( $\theta$ ) dan perpindahan posisi dari titik di bentang balok ke titik lain, yaitu defleksi ( $\delta$ ) akibat beban yang bekerja pada balok tersebut.

Dari rumusan masalah diatas maka peneliti mengajukan penelitian mengenai:

“Perhitungan Lendutan Balok Taper Kantilever dengan Menggunakan SAP2000”.

### Batasan Masalah

Batasan masalah dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Analisis dilakukan pada balok baja menggunakan pelat dengan ketebalan dan 15 mm dengan panjang 2000 mm dan tinggi penampang ditumpuan kiri 400 mm dan ujung bebas kanan 200 mm, tinggi penampang bervariasi secara linier.
2. Modulus Elastisitas baja  $E = 200000$  Mpa dan angka poisson  $\nu = 0.3$ .
3. Berat sendiri diabaikan.
4. Model struktur yang ditinjau adalah balok taper kantilever statis tertentu, dengan asumsi tumpuan yang digunakan adalah jepit-bebas.
5. Beban yang dikenakan pada struktur adalah beban terpusat pada ujung bebas  $P = 10$  kN
6. Analisa dilakukan dengan metode elemen hingga yang dianalisis dengan bantuan program SAP2000.

### Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut :

1. Untuk mengetahui besarnya lendutan balok taper kantilever yang dianalisis dengan metode elemen hingga pada SAP2000.

- Untuk mengetahui pengaruh bentuk dan jumlah elemen yang digunakan pada perhitungan menggunakan SAP2000.

### Manfaat Penelitian

Manfaat dari penulisan tugas akhir ini yaitu sebagai bahan referensi untuk mengetahui bahwa Metode Elemen Hingga yang disimulasikan dengan halus dapat memberikan hasil yang lebih baik.

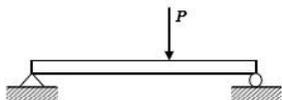
## LANDASAN TEORI

### Kantilever

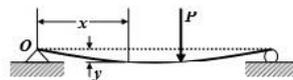
Jika suatu balok disangga atau dijepit hanya pada salah satu ujungnya sedemikian sehingga sumbu balok tidak dapat berputar pada titik tersebut, maka balok tersebut disebut balok gantung, balok kantilever (*cantilever beam*).

### Lendutan

Lendutan adalah perubahan bentuk pada balok dalam arah  $y$  akibat adanya pembebanan vertikal yang diberikan pada balok atau batang. Deformasi pada balok secara sangat mudah dapat dijelaskan berdasarkan defleksi balok dari posisinya sebelum mengalami pembebanan. Defleksi diukur dari permukaan netral awal ke posisi netral setelah terjadi deformasi. Konfigurasi yang diasumsikan dengan deformasi permukaan netral dikenal sebagai kurva elastis dari balok. Gambar 1 (a) memperlihatkan balok pada posisi awal sebelum terjadi deformasi dan Gambar (b) adalah balok dalam konfigurasi terdeformasi yang diasumsikan akibat aksi pembebanan.



(a)



(b)

Gambar 1 (a) balok sebelum terdeformasi, (b) balok dalam konfigurasi terdeformasi

Penyebab umum lendutan balok adalah bending momen, sehingga perhitungan lendutannya cukup dengan menyelesaikan persamaan diferensial garis elastis (Ghali-Neville, 1997)

Teori bending momen pada balok yang potongan penampang dapat dianggap tetap bidang ketika melendut (*plane transverse sections remain plane*) dan perilaku material mengikuti hukum Hooke, dapat diperoleh dari persamaan berikut:

$$M = -EI \frac{d^2y}{dx^2}$$

Dimana :

M = Momen

EI = Kekuatan Lentur

y = Lendutan

x = jarak

Dalam kasus balok nonprismatis, rigiditas lentur EI adalah variabel, sehingga kita menulis persamaan diatas dalam bentuk

$$M = -EI_x \frac{d^2y}{dx^2}$$

Dimana subskrip  $x$  dimasukkan sebagai pengingat bahwa rigiditas lentur dapat bervariasi terhadap  $x$ . Untuk mendapatkan lendutan ( $y$ ) perlu dilakukan dua integrasi pada persamaan momen lentur dimana integrasi pertama menghasilkan kemiringan dan integrasi kedua menghasilkan lendutan ( $y$ ). Analisis balok nonprismatis lebih rumit daripada analisis balok dengan momen inersia konstan, apabila balok yang lebih rumit (seperti balok yang meruncing) dijumpai, metode analisis secara numerik seringkali dibutuhkan dimana program komputer untuk perhitungan numerik defleksi balok sudah tersedia.

### Konsep Metode Elemen Hingga

Sudut pandang *engineering* mengenai metode elemen hingga adalah metode yang menyatukan elemen - elemen struktur yang dapat dianalisis secara terpisah ke dalam sebuah persamaan kesetimbangan global struktur. Element properties untuk masalah keteknikan seperti displacement in solid mechanics, kita akan menentukan gayapergindahan yaitu merupakan karakteristik kekakuan dari setiap elemen secara individual. Secara matematis hubungan ini dapat dinyatakan sebagai bentuk:

$$[k]_e \{\delta\}_e = \{F\}_e \text{ untuk } e = 1, 2, \dots, N_{el}$$

Di mana  $[k]_e$  adalah matriks kekakuan elemen  $e$ ,  $\{\delta\}_e$  adalah vektor perpindahan titik-titik nodal elemen  $e$ , dan  $\{F\}_e$  adalah vektor gaya pada titiktitik nodal elemen  $e$ ,  $N_{el}$  adalah jumlah seluruh elemen. (Bhavikatti, 2005)

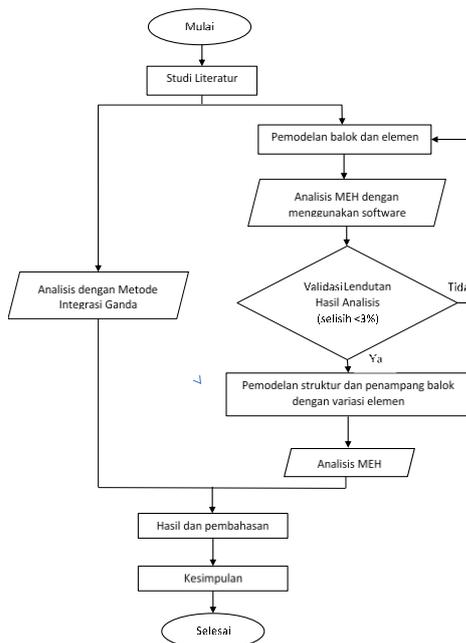
### SAP2000

Program SAP merupakan salah satu program analisis dan perancangan struktur yang telah dipakai secara luas diseluruh dunia, program ini merupakan hasil peneltian dan pengembangan oleh tim dari University of California, yang dipimpin Prof.Edward L. Wilson selama lebih dari 25 tahun.

Analisis SAP2000 menggunakan metode elemen hingga baik untuk analisis statis maupun untuk analisis dinamik. Semuanya terintegrasi dalam satu paket yang deilengkapi dengan beberapa database untuk keperluan analisis dan desain seperti database tampang struktur untuk berbagai bentuk mulai dari yang simetris hingga asimetris, dan tahapan yang penting analisis dengan m.e.h adalah mencari meshing yang konvergens.

### METODE PENELITIAN

#### Bagan Alir Penelitian



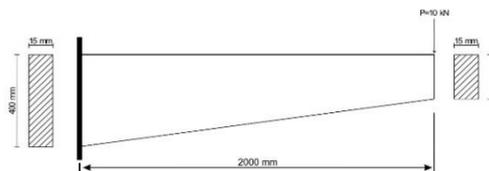
Gambar 2 Diagram Alir Penelitian

### Data Penelitian

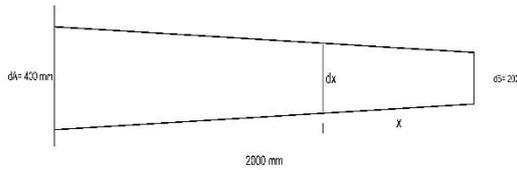
Pemodelan yang digunakan adalah balok taper kantilever yang dimodelkan dari plat baja dengan panjang balok 2000 mm, tinggi balok pada tumpuan 400 mm dan tinggi balok pada ujung bebas 200 mm, tinggi balok bervariasi secara linier serta lebar balok 15 mm. Modulus Elastisitas (E) 200000 Mpa dan Angka Poisson ( $\nu$ ) 0.3

### Data Beban

Beban yang diterapkan yaitu beban tekan konstan searah gravitasi yang diletakkan pada ujung bebas balok sebesar 10 kN



a

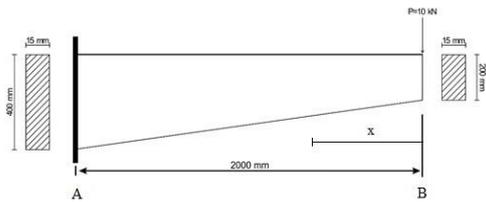


b

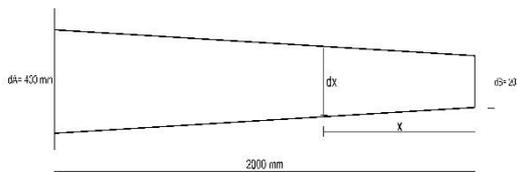
Gambar 3 Model balok kantilever yang dianalisis

**HASIL DAN PEMBAHASAN**

**Perhitungan Lendutan dengan Metode Integrasi Ganda**



a



b

Gambar 4 Model Balok Kantilever

Lendutan maksimum balok taper kantilever dengan  $d_A = 2d_B$  diperoleh dengan persamaan :

$$v = 0.06815 \frac{PL^3}{EI_B}$$

Maka lendutan maksimum pada balok yaitu:

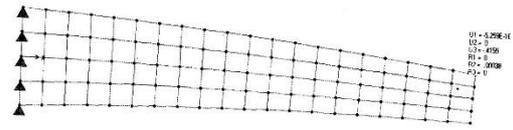
$$v = 0.06815 \frac{10000 \times 2000^3}{200000 \times 10000000}$$

$$v = 2.73 \text{ mm}$$

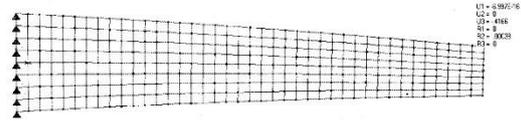
**Perhitungan Lendutan dengan Metode Elemen Hingga Menggunakan Program SAP2000**

- Validasi Variasi Jumlah Elemen

Hasil analisis Wiryanto Dewobroto menggunakan program SAP2000 menghasilkan lendutan balok sebagai berikut.

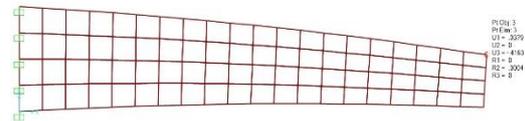


Gambar 5 Lendutan ujung model 80 elemen hasil analisis Wiryanto Dewobroto

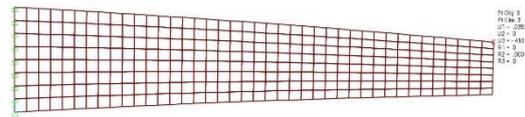


Gambar 6 Lendutan ujung model 320 element hasil analisis Wiryanto Dewobroto

Hasil analisis menggunakan program SAP2000 menghasilkan lendutan ujung balok sebagai berikut.



Gambar 7 Lendutan ujung model 80 elemen



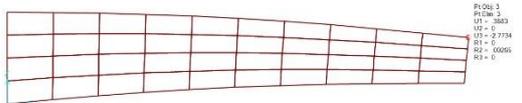
Gambar 8 Lendutan ujung model 320 elemen

Tabel 1 Perbandingan hasil analisis

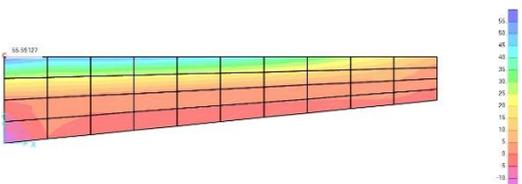
	W.Dewobroto (SAP2000)	Hasil Analisis (SAP2000)
80 element	0.4155 mm	0.4163 mm
320 element	0.4166 mm	0.4179 mm

Berdasarkan tabel diatas dapat disimpulkan bahwa analisis yang dilakukan dengan program SAP2000 sudah mendekati atau sama dengan analisis yang dilakukan oleh Wiryanto Dewobroto yang juga menggunakan program SAP2000 sehingga dapat dipakai untuk memodelkan variasi jumlah element yang digunakan dalam analisis balok taper kantilever.

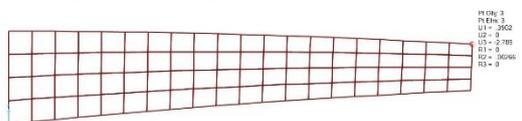
- Hasil Analisis Variasi Elemen
  - Bentuk Elemen Segiempat (Model a)



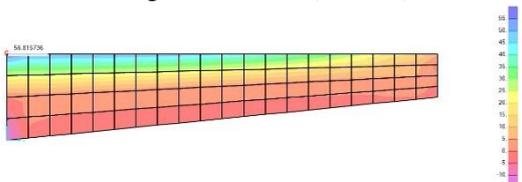
Gambar 9 lendutan ujung model segiempat dengan 40 elemen (model a)



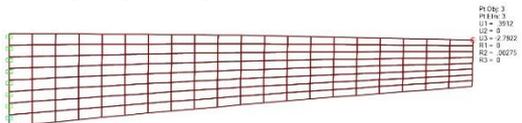
Gambar 10 Tegangan yang terjadi pada model segiempat dengan 40 elemen (model a)



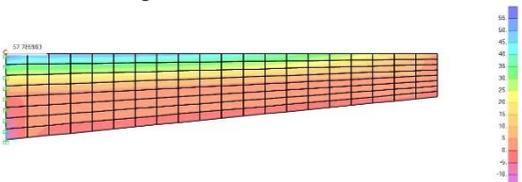
Gambar 11 lendutan ujung model segiempat dengan 80 elemen (model a)



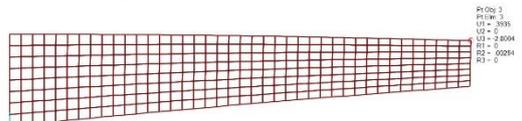
Gambar 12 Tegangan yang terjadi pada model segiempat dengan 80 elemen (model a)



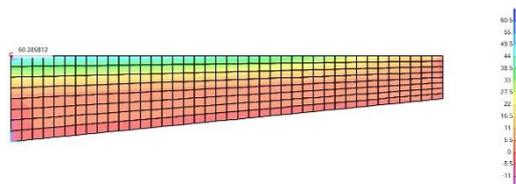
Gambar 13 lendutan ujung model segiempat dengan 160 elemen (model a)



Gambar 14 Tegangan yang terjadi pada model segiempat dengan 160 elemen (model a)

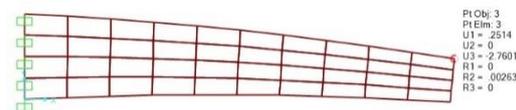


Gambar 15 lendutan ujung model segiempat dengan 320 elemen (model a)

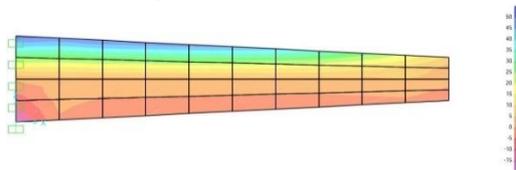


Gambar 16 Tegangan yang terjadi pada model segiempat dengan 320 elemen (model a)

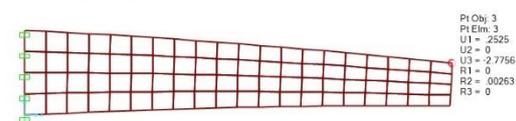
- Bentuk Elemen Segiempat (Model b)



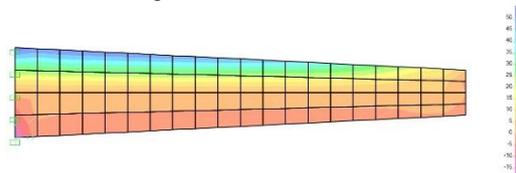
Gambar 17 Lendutan ujung model segiempat dengan 40 elemen (model b)



Gambar 18 Tegangan yang terjadi pada model segiempat dengan 40 elemen (model b)



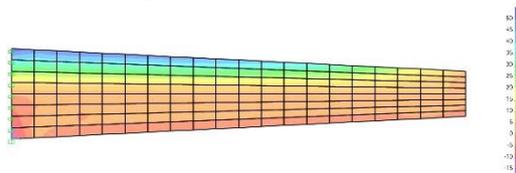
Gambar 19 Lendutan ujung model segiempat dengan 80 elemen (model b)



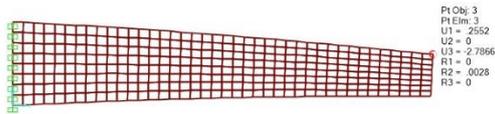
Gambar 20 Tegangan yang terjadi pada model segiempat dengan 80 elemen (model b)



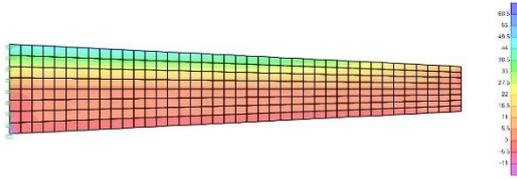
Gambar 21 Lendutan ujung model segiempat dengan 160 element (model b)



Gambar 22 Tegangan yang terjadi pada model segiempat dengan 160 elemen (model b)



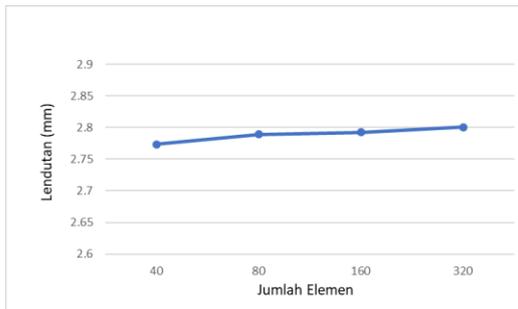
Gambar 23 Lendutan ujung model segiempat dengan 320 element (model b)



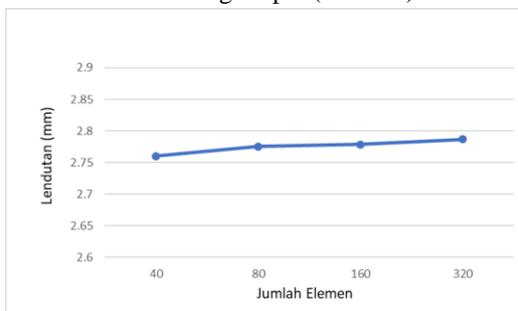
Gambar 24 Tegangan yang terjadi pada model segiempat dengan 320 elemen (model b)

Tabel 2 Lendutan ujung balok dengan variasi jumlah dan bentuk elemen segiempat

Jumlah Elemen	Lendutan balok model a (mm)	Lendutan balok model b (mm)
40	2.7734	2.7601
80	2.789	2.7756
160	2.7922	2.7787
320	2.8004	2.7866

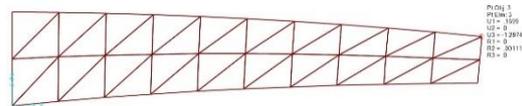


Gambar 25 Grafik Perbandingan lendutan terhadap variasi jumlah elemen dengan bentuk elemen segiempat (model a)

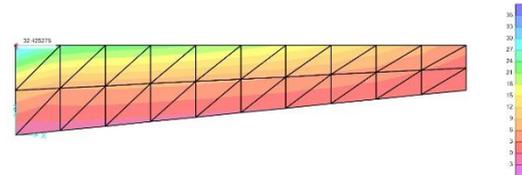


Gambar 4.26 Grafik Perbandingan lendutan terhadap variasi jumlah elemen dengan bentuk elemen segiempat (model b)

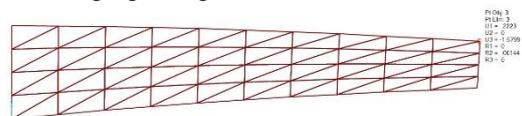
c. Bentuk Elemen Segitiga (Model a)



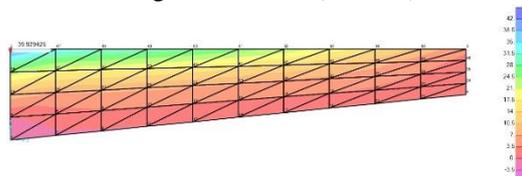
Gambar 27 lendutan ujung model segiempat dengan 40 elemen (model a)



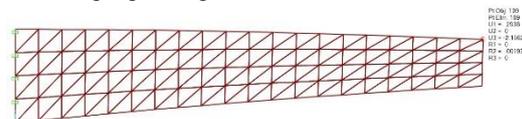
Gambar 28 Tegangan yang terjadi pada model segitiga dengan 40 elemen (model a)



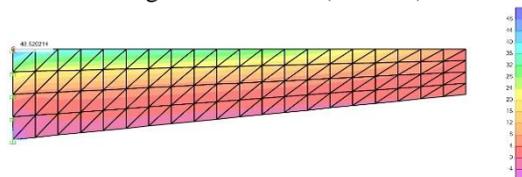
Gambar 29 lendutan ujung model segiempat dengan 80 elemen (model a)



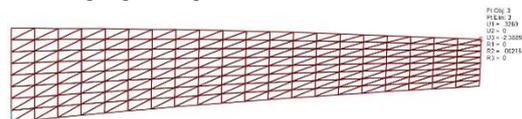
Gambar 30 Tegangan yang terjadi pada model segitiga dengan 80 elemen (model a)



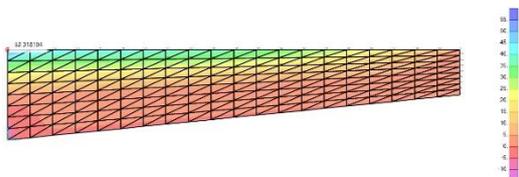
Gambar 31 lendutan ujung model segiempat dengan 160 elemen (model a)



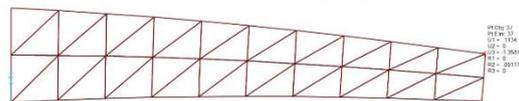
Gambar 32 Tegangan yang terjadi pada model segitiga dengan 160 elemen (model a)



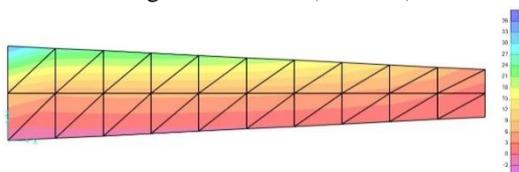
Gambar 33 lendutan ujung model segiempat dengan 320 elemen (model a)



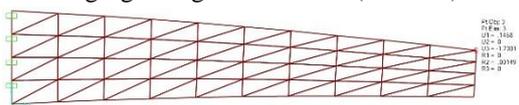
Gambar 34 Tegangan yang terjadi pada model segitiga dengan 320 elemen (model a)  
d. Bentuk Elemen Segitiga (Model b)



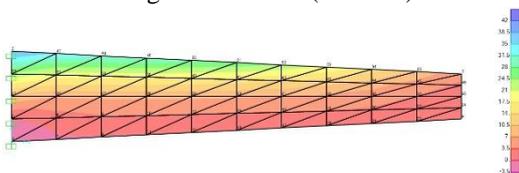
Gambar 35 lendutan ujung model segiempat dengan 40 elemen (model b)



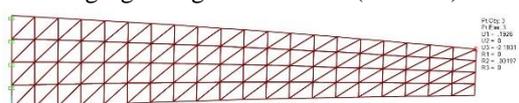
Gambar 36 Tegangan yang terjadi pada model segitiga dengan 40 elemen (model b)



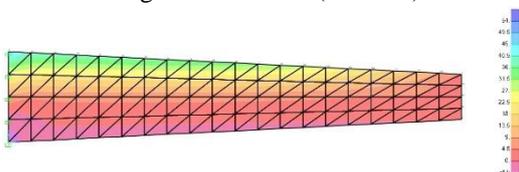
Gambar 37 lendutan ujung model segiempat dengan 80 elemen (model b)



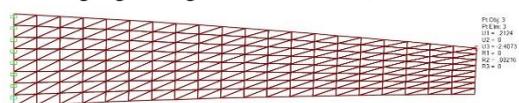
Gambar 38 Tegangan yang terjadi pada model segitiga dengan 80 elemen (model b)



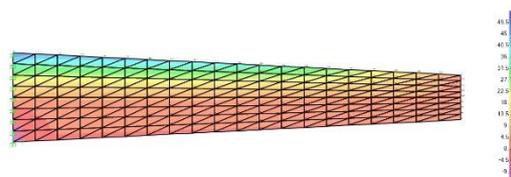
Gambar 39 lendutan ujung model segiempat dengan 160 elemen (model b)



Gambar 40 Tegangan yang terjadi pada model segitiga dengan 160 elemen (model b)



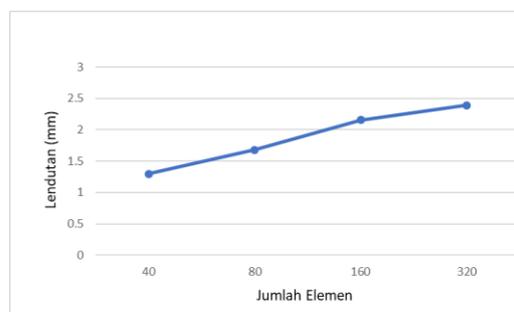
Gambar 41 lendutan ujung model segiempat dengan 320 elemen (model b)



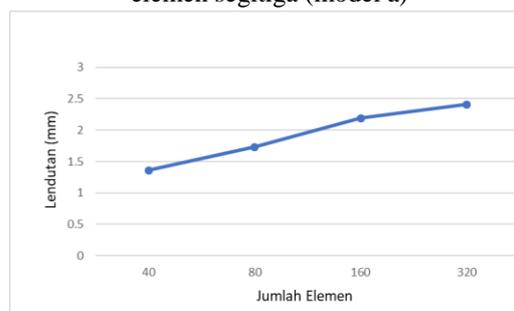
Gambar 42 Tegangan yang terjadi pada model segitiga dengan 320 elemen (model b)

Tabel 3 Lendutan ujung balok dengan variasi jumlah dan bentuk element segitiga

Jumlah Elemen	Lendutan balok model a (mm)	Lendutan balok model b (mm)
40	1.2974	1.3581
80	1.6799	1.7301
160	2.1562	2.1931
320	2.3889	2.4073



Gambar 43 Grafik Perbandingan lendutan terhadap variasi jumlah elemen dengan bentuk elemen segitiga (model a)



Gambar 44 Grafik Perbandingan lendutan terhadap variasi jumlah elemen dengan bentuk elemen segitiga (model b)

Pada gambar 25, 26, 43 dan 44 dapat dilihat bahwa semakin banyak atau semakin halus meshing yang diberikan maka akan memberikan hasil lendutan yang lebih besar dan lebih teliti

Untuk membandingkan hasil analisa yang diperoleh maka perhitungan

lendutan dengan metode integrasi ganda yaitu 2.73 mm dianggap 100 %

Tabel 4 Perbandingan hasil analisa

Metode Integrasi Ganda		Lendutan (mm)	% relatif
		2.73	100
Metode Elemen Hingga (SAP2000)		Lendutan (mm)	% relatif
elemen segiempat (model a)	40 elemen	2.7734	102
	80 elemen	2.789	102
	160 elemen	2.7922	102
	320 elemen	2.8004	103
elemen segitiga (model a)	40 elemen	1.2974	48
	80 elemen	1.6799	62
	160 elemen	2.1562	79
	320 elemen	2.3889	88
elemen segiempat (model b)	40 elemen	2.7601	101
	80 elemen	2.7756	102
	160 elemen	2.7787	102
	320 elemen	2.7866	102
elemen segitiga (model b)	40 elemen	1.3581	50
	80 elemen	1.7301	63
	160 elemen	2.1931	80
	320 elemen	2.4073	88

## PENUTUP

### Kesimpulan

Penelitian ini memodelkan balok taper kantilever yang dihitung dengan menggunakan Metode Momen Area dan Metode Elemen Hingga yang dianalisis dengan bantuan program SAP2000 menggunakan elemen 2 dimensi dengan variasi jumlah dan bentuk elemen. Hasil yang diperoleh ditunjukkan oleh tabel pada bab sebelumnya. Beberapa hal yang dapat menjadi kesimpulan dari penelitian ini yaitu:

1. Semakin halus mesh yang digunakan maka hasil yang diperoleh akan memberikan hasil dengan ketelitian yang lebih baik. Dapat dilihat pada gambar 19 dan 28 bawa semakin banyak

atau semakin halus mesh yang diberikan besarnya nilai lendutan juga semakin besar.

2. Pada hasil analisis Metode Elemen Hingga menggunakan program SAP2000 dapat dilihat bahwa lendutan dengan elemen segiempat lebih mendekati nilai eksak (2.73 mm) dibanding dengan elemen segitiga. Dapat dilihat pada jumlah elemen yang sama yaitu 40,80,160 dan 320 elemen, lendutan dengan bentuk elemen segiempat untuk model balok a yaitu 2.7734 mm, 2.789 mm, 2.7922 mm, 2.8004 mm, untuk model balok b yaitu 2.7601 mm, 2.7756mm, 2.7787 mm, 2.7866 mm sedangkan elemen segitiga untuk model balok a yaitu 1.2974 mm, 1.6799 mm, 2.1562mm, 2.3889mm dan untuk model balok b yaitu 1.3581 mm, 1.7301 mm, 2.1931 mm, 2.4073 mm.
3. Pada hasil analisis dengan Metode Integrasi Ganda untuk model balok a dan b didapatkan hasil yang sama sedangkan untuk analisis dengan Metode Elemen Hingga yang dianalisis dengan SAP2000 memberikan hasil yang berbeda yang menunjukkan bahwa perhitungan Metode Elemen Hingga dengan SAP2000 mampu melakukan analisis untuk model penampang yang lebih kompleks.

### Saran

1. Melakuka analisis dengan menggabungkan mesh segitiga dan segiempat.
2. Melakukan analisis terhadap balok berbentuk profil.

## DAFTAR PUSTAKA

- Bhavikatti, S. S., 2005. *Finite Element Analysis*, New Age International Publisher
- Dewobroto, Wiryanto, 2013. *Komputer Rekayasa Struktur dengan SAP2000*, Lumina Press, Jakarta.
- Dill, Ellis H. 2011. *The Finite Element Method for Mechanics of Solid with ANSYS Applications*, CRC Press, USA.
- Erdogan M, Ibrahim G., 2015. *The Finite Element Method and Application in Engineering Using ANSYS. Second Edition*. Springer International Publishing, London.

Ghali, A. dan Neville, A. M., 1997. *Structural Analysis – a Unified Classical and Matrix Approach 4<sup>th</sup> ED*, E & FN SPON, London.

Gere dan Timoshenko, 2005. *Mekanika Bahan Edisi Keempat Jilid 2*, Erlangga, Jakarta.

Jacob Fis, Ted Belytscho.,2007. *A First Course In Finite Elements*, Jhon Wiley & Sons ltd.

Setiawan, Agus, 2015., *Analisis Struktur*, Erlangga, Jakarta.

Sugito, 2007. *Modul SAP2000 15.0 Analisis 3D Statik dan Dinamik*.

Suryanto, Heru, *Aplikasi Metode Elemen Hingga Untuk Analisa Struktur Statik Linier Dengan Program MSX/NASTRAN*.