

# SIMULASI RESPON FREKUENSI FILTER BUTTERWORTH DAN CHEBYSHEV TIPE II AKIBAT EKSITASI SINYAL ACAK

Michael Rembet, Arwanto Lakat, Hengky Luntungan.

Jurusan Teknik Mesin Universitas Sam Ratulangi Manado

## ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan agar beda magnitudo pada pengukuran FRF yang menggunakan AAF jenis Butterworth dan Chebyshev Tipe II serta dieksitasi dengan sinyal acak dapat diketahui. Selain itu, penggunaan AAF dilakukan dalam simulasi dengan bantuan perangkat lunak Matlab<sup>®</sup>. Pembangunan filter dan pembangunan sinyal eksitasi juga dilakukan dengan bantuan perangkat lunak Matlab<sup>®</sup>. Beda terkecil magnitudo pada AAF jenis Butterworth adalah delapan persen dan pada AAF jenis Chebyshev Tipe II adalah 8,5%. Eksitasi pada AAF jenis Butterworth dilakukan sebanyak sepuluh kali dan pada AAF jenis Chebyshev Tipe II dilakukan sebanyak 11 kali.

*Keyword: Filter Butterworth, Filter Chebyshev Tipe II, White Noise*

## 1. Pendahuluan

Pada pengujian bentuk (*modal testing*) dibutuhkan tiga persyaratan utama. Satu diantaranya adalah pengukuran yang akurat pada sinyal getaran [Ewins (2000)]. Pengukuran yang akurat dipengaruhi oleh proses pengukuran dan kecermatan pengukuran. Proses pengukuran bergantung pada metode, alat, benda ukur dan lingkungan. Namun, hasil pengukuran mungkin akan berbeda jika proses pengukuran diulangi. Semakin banyak proses pengukuran dilakukan, semakin banyak pula hasil pengukuran yang diperoleh. Semakin banyak hasil pengukuran, semakin mudah pula ketepatan proses pengukuran dan ketelitian data dapat diketahui [Rochim (2006)]. Namun, semakin banyak hasil pengukuran yang diperoleh, semakin banyak data yang harus dianalisis.

Data yang banyak dapat dianalisis dengan bantuan komputer. Komputer menghitung data dalam bentuk diskrit dan ditampilkan dalam bentuk digital [Maley (2009)]. Ini berarti, data hasil pengukuran sinyal getaran yang akan dianalisis harus dalam bentuk data diskrit. Data diskrit diperoleh dengan cara, data analog dicuplik dengan besar frekuensi cuplik dua kali lebih besar dari frekuensi tertinggi data analog [Strum dan Kirk (1994)]. Ini dilakukan agar tidak terjadi *aliasing* pada data diskrit. Frekuensi cuplik ini disebut Nyquist Rate [Sinha (1991)]. Akan tetapi, frekuensi tertinggi data analog sinyal getaran yang diukur, seperti frekuensi natural, dapat mencapai nilai yang sangat tinggi. Frekuensi natural turbin gas dapat mencapai 20000 Hz [Eisenmann dan Eisenmann (1997)]. Ini berarti frekuensi cuplik pada pengukuran frekuensi natural turbin gas adalah 51200 Hz. Nilai ini lebih besar dari dua kali frekuensi natural. Itu karena frekuensi yang ditampilkan lebih rendah dari setengah frekuensi cuplik [Goldman (1999)]. Akibatnya, fasilitas penyimpanan data dengan kemampuan penyimpanan besar dibutuhkan. Di lain pihak, data analog yang akan dianalisis sering hanya data analog berfrekuensi rendah.

Masalah di atas dapat diatasi dengan bantuan filter lalu rendah (*lowpass filter*). Filter lalu rendah digunakan pada data analog sebelum dicuplik. Karena ini, filter yang digunakan adalah filter analog.

Filter ini disebut AAF (*Anti Aliasing Filter*) [McConnell (1995)]. Penggunaan filter analog sebagai AAF berarti seperangkat elektronik ditambahkan dalam proses pengukuran. Ini mengandung maksud data analog pada pengukuran sinyal getaran suatu sistem akan berubah bukan hanya magnitudo, tapi juga fasa [Valkenburg (1982)].

Proses pengukuran sinyal getaran suatu sistem dilakukan dengan cara sistem tersebut dieksitasi dengan sinyal eksitasi, kemudian respon dari sistem diukur. Respon ini ditampilkan dalam domain frekuensi. Cara itu disebut pengukuran FRF (*Frequency Response Function*) [McConnell (1995)]. Tiga sinyal eksitasi yang digunakan pada pengukuran adalah sinyal periodik, sinyal transien dan sinyal acak [Ewins (2000)]. Sinyal periodik dan sinyal transien adalah sinyal yang sangat jarang diperoleh secara alami. Kedua sinyal ini sering dibangkitkan oleh pembangkit sinyal (*signal generator*). Berbeda dengan kedua sinyal lainnya, sinyal acak adalah sinyal yang banyak ditemui di luar pembangkit sinyal. Ini berarti pada pengukuran sinyal getaran, sinyal acak dapat ikut serta terukur.

Penelitian tentang AAF telah banyak dilakukan. Grulier dkk [2009] meneliti tentang perubahan suara yang dipancarkan dari sumber bergerak. Parameter yang diukur adalah perubahan frekuensi dan jarak rambat. Pengukuran dilakukan dengan bantuan AAF jenis Chebyshev dan Kaiser-Bessel. Kedua filter ini dieksitasi dengan sinyal impuls (*impulse signal*). Sinyal impuls dibangkitkan dengan cara penerapan transformasi Fourier balik terhadap fungsi transfer teoritis pada perambatan. Kesimpulan penelitian ini adalah penggunaan filter Kaiser-Bessel memberikan secara cepat sinyal akustik yang paling akurat.

Peneliti lainnya [Keresnyei, Megyeri, Zidarics dan Hejjel (2015)] juga meneliti tentang pemilihan AAF optimal. Jenis filter yang digunakan adalah Bessel dan Butterworth. Masing-masing filter berorde dua, empat, enam dan delapan. Sinyal eksitasi yang diterapkan pada kedua filter itu adalah sinyal eksitasi impuls dan tangga (*step signal*). Penggunaan AAF yang identik atau sangat serupa dengan orde rendah dan frekuensi tinggi, pencuplikan

lebih serta penggunaan filter digital, sangat disarankan dalam pengukuran sinyal makhluk hidup (*biosignal*).

Dari dua penelitian di atas, penggunaan sinyal eksitasi acak pada filter jenis Butterworth dan Chebyshev Tipe II belum diteliti. Berangkat dari hal tersebut, penelitian ini bertujuan agar beda magnitudo pada pengukuran FRF yang menggunakan AAF jenis Butterworth dan Chebyshev Tipe II serta dieksitasi dengan sinyal acak dapat diketahui. Selain itu, penggunaan AAF dilakukan dalam simulasi dengan bantuan perangkat lunak Matlab<sup>®</sup>.

## 2. Filter [Valkenburg (1982)]

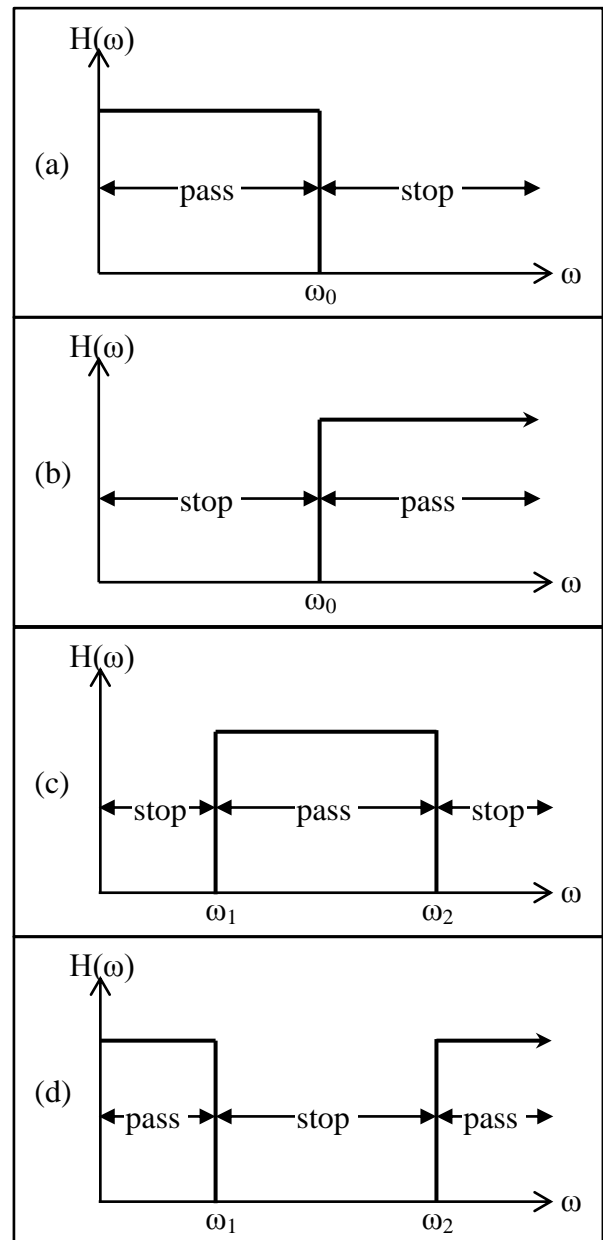
Filter ideal dilihat dari fungsi pita frekuensi pelolos (*pass bands*) maupun pita frekuensi penahan (*stop bands*) dibagi dalam empat jenis. Keempat jenis filter tersebut dapat digambarkan dalam Gambar 2.1. Pada gambar ini, magnitudo respon filter ditunjukkan dalam sumbu tegak dan dilambangkan dengan  $H(\omega)$ . Dalam hal yang demikian, sumbu horisontal merupakan sumbu frekuensi sinyal yang dilambangkan dengan  $\omega$ . Frekuensi potong (*cutoff frequency*) adalah frekuensi batas antara pita frekuensi yang diloloskan dengan pita frekuensi yang ditahan. Frekuensi potong pada filter dengan satu frekuensi batas dilambangkan dengan  $\omega_0$ . Jika  $n$  adalah jumlah frekuensi potong, maka frekuensi potong pada filter dengan dua atau lebih frekuensi batas dilambangkan dengan  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$ .

Gambar 1 bagian (a) merupakan filter ideal lolos bawah (*lowpass filter*). Pada filter ini sinyal yang diloloskan adalah sinyal dengan frekuensi di bawah frekuensi potong. Di lain pihak, sinyal yang ditahan adalah sinyal dengan frekuensi di atas frekuensi potong.

Pada Gambar 1 bagian (b) terlihat filter ideal lolos atas (*highpass filter*). Kebalikan dari filter lolos bawah, filter ini meloloskan sinyal dengan frekuensi di atas frekuensi potong dan menahan sinyal dengan frekuensi di bawah frekuensi potong.

Filter yang meloloskan sinyal dengan frekuensi dalam pita frekuensi ditunjukkan di bagian (c) pada Gambar 1. Filter ini meloloskan sinyal dengan frekuensi berada dalam pita frekuensi pelolos. Pita frekuensi pelolos berada dalam rentang dari  $\omega_1$  hingga  $\omega_2$ . Filter ini disebut filter lolos pita (*bandpass filter*).

Bagian (d) pada Gambar 1 menunjukkan filter tahan pita (*bandstop filter*). Filter ini menahan sinyal dengan frekuensi berada antara  $\omega_1$  dan  $\omega_2$ . Sebaliknya, filter ini meloloskan sinyal dengan frekuensi di bawah  $\omega_1$  dan sinyal dengan frekuensi di atas  $\omega_2$ .



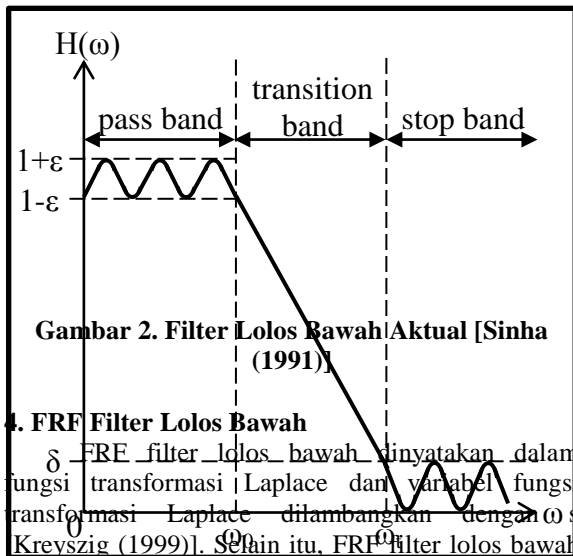
Gambar 1. Jenis-Jenis Filter Ideal [Valkenburg (1982)]

Pada prinsipnya, filter lolos pita dan filter tahan pita merupakan gabungan dari filter lolos bawah dan filter lolos atas. Pada filter lolos pita, frekuensi potong filter lolos atas lebih kecil dari frekuensi potong filter lolos bawah. Sebaliknya, pada filter tahan pita, frekuensi potong filter lolos bawah lebih kecil dari frekuensi potong filter lolos atas.

## 3. Filter Lolos Bawah [Sinha (1991)]

Filter lolos bawah ideal sulit diwujudkan. Filter lolos bawah yang dapat diwujudkan mempunyai ciri fungsi pita frekuensi seperti pada Gambar 2. Pada gambar ini terlihat bahwa pita pelolos dan pita penahan tidak dibatasi oleh satu frekuensi saja, tapi dibatasi oleh pita frekuensi. Pita frekuensi ini disebut pita transisi (*transition band*). Selain itu, pada gambar juga terlihat bahwa pada kedua pita baik pelolos maupun penahan, terdapat riak

(ripple). Pada pita pelolos, besar riak ditentukan oleh nilai riak lolos yang dilambangkan dengan  $\epsilon$ . Lain halnya dengan itu, riak pada pita penahan ditentukan oleh nilai riak tahan yang dilambangkan dengan  $\delta$ . Berdasarkan besar riak, filter lolos bawah dapat dibedakan menjadi empat. Keempat filter ini adalah filter Butterworth, filter Chebyshev Tipe I, filter Chebyshev Tipe II dan filter Eliptik. Filter Butterworth memiliki nilai  $\epsilon$  dan  $\delta$  sama dengan nol. Selanjutnya, filter Chebyshev Tipe I memiliki nilai  $\delta$  sama dengan nol. Tambahan pula, filter Chebyshev Tipe II memiliki nilai  $\epsilon$  sama dengan nol. Ini berarti, pada filter lolos bawah filter butterworth tidak memiliki riak, sedangkan filter eliptik memiliki riak pada kedua pita frekuensi. Di samping itu, filter Chebyshev Tipe I memiliki riak di pita pelolos sedangkan filter Chebyshev Tipe II memiliki riak di pita penahan.



Gambar 2. Filter Lolos Bawah Aktual [Sinha (1991)]

#### 4. FRF Filter Lolos Bawah

FRF filter lolos bawah dinyatakan dalam fungsi transformasi Laplace dan variabel fungsi transformasi Laplace dilambangkan dengan  $s$  (Kreyszig (1999)). Selain itu, FRF filter lolos bawah juga bergantung pada orde filter yang dilambangkan dengan  $n$ . Jika  $a_m$  adalah nilai koefisien yang bergantung pada orde filter, maka FRF filter lolos bawah jenis Butterworth yang dilambangkan dengan  $HB(s)$  dapat dituliskan sebagai berikut [Van Valkenburg (1982)]:

$$HB(s) = \frac{1}{s^n + \sum_{m=0}^{n-1} a_m s^m} \quad (1)$$

Di lain pihak, FRF filter lolos bawah jenis Chebyshev Tipe II juga bergantung pada lima parameter. Lima parameter ini dinyatakan sebagai berikut [Parks dan Burrus (1987)]:

$$c_{p1} = -\sinh\left\{\frac{1}{\eta} \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\beta}\right)\right\} \cos\left\{\frac{(2m-1)\pi}{2\eta}\right\} \quad (2)$$

$$c_{p2} = -\sinh\left\{\frac{1}{\eta} \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\beta}\right)\right\} \cos\left\{\frac{m\pi}{\eta}\right\} \quad (3)$$

$$c_{p3} = \cosh\left\{\frac{1}{\eta} \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\beta}\right)\right\} \sin\left\{\frac{(2m-1)\pi}{2\eta}\right\} \quad (4)$$

$$c_{p4} = \cosh\left\{\frac{1}{\eta} \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\beta}\right)\right\} \sin\left\{\frac{m\pi}{\eta}\right\} \quad (5)$$

$$c_{p5} = \frac{1}{\cos\left\{\frac{(2q+1)\pi}{2\eta}\right\}} \quad (6)$$

Selanjutnya, FRF filter lolos bawah jenis Chebyshev Tipe II berorde genap yang dilambangkan dengan  $HC_{gp}(s)$  dapat dituliskan sebagai berikut [Parks dan Burrus (1987)]:

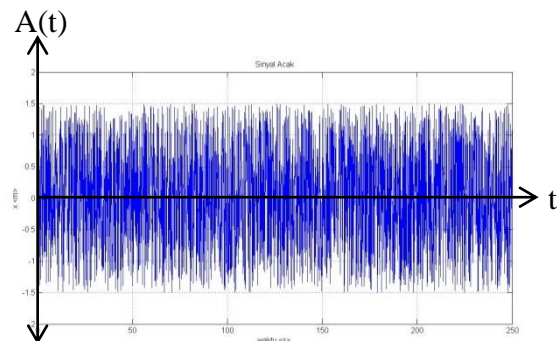
$$HC_{gp}(s) = \frac{\prod_{q=0}^{n-1} (s^2 + c_{p5}^2)}{\prod_{m=1}^{\left(\frac{n}{2}\right)} \left[ s^2 - 2 \left( \frac{c_{p2}}{c_{p2}^2 + c_{p3}^2} \right) s + \frac{1}{c_{p2}^2 + c_{p3}^2} \right]} \quad (7)$$

Selain itu, FRF filter lolos bawah jenis Chebyshev Tipe II berorde ganjil yang dilambangkan dengan  $HC_{gl}(s)$  dapat dituliskan sebagai berikut [Parks dan Burrus (1987)]:

$$HC_{gl}(s) = \frac{1}{s + \frac{1}{\sinh\left\{\frac{1}{\eta} \sinh^{-1}\left(\frac{1}{\beta}\right)\right\}}} \times \frac{\prod_{q=0}^{n-1} (s^2 + c_{p5}^2)}{\prod_{m=1}^{\left(\frac{n-1}{2}\right)} \left[ s^2 - 2 \left( \frac{c_{p2}}{c_{p2}^2 + c_{p4}^2} \right) s + \frac{1}{c_{p2}^2 + c_{p4}^2} \right]} \quad (8)$$

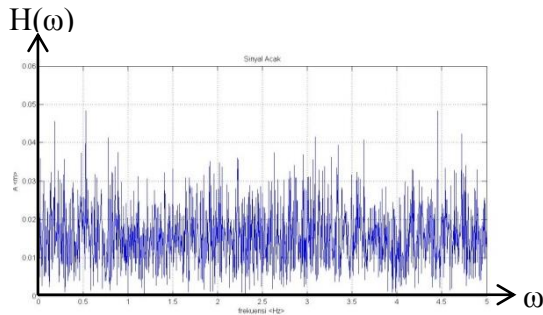
#### 5. Sinyal Acak [McConnell (1995)]

Sinyal acak adalah sinyal yang memiliki banyak komponen frekuensi dalam rentang yang lebar. Grafik amplitudo terhadap waktu dari sinyal acak dapat digambarkan seperti pada Gambar 3. Pada gambar ini terlihat bahwa nilai amplitudo yang dilambangkan dengan  $A(t)$  berubah dengan cepat dan tidak stabil terhadap waktu yang dilambangkan dengan  $t$ .



Gambar 3. Grafik Amplitudo Sinyal Acak Terhadap Waktu

Jika grafik amplitudo dinyatakan terhadap frekuensi, maka grafik ini dapat dilihat dalam Gambar 4. Pada gambar ini, nilai amplitudo berubah menjadi magnitudo. Selanjutnya, nilai magnitudo terlihat sangat bervariasi. Selain itu, nilai magnitudo tidak bergantung pada frekuensi.



**Gambar 4. Grafik Magnitudo Sinyal Acak Terhadap Frekuensi**

Sinyal acak dapat dibedakan dalam dua jenis. Jenis pertama adalah sinyal acak *stationary*. Pada sinyal acak ini, perubahan amplitudo dalam domain waktu cenderung mengikuti pola tertentu, meskipun perubahan itu terjadi secara acak.

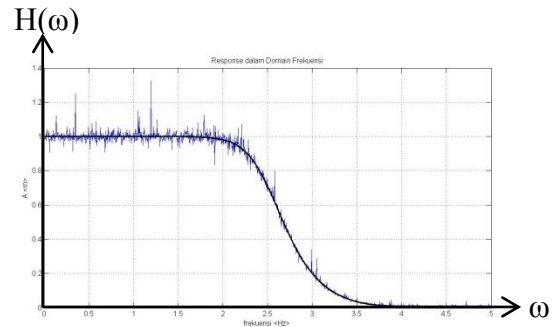
Sinyal acak jenis kedua adalah sinyal acak *non-stationary*. Pada jenis sinyal ini, perubahan parameter-parameter sinyal tidak dapat diperkirakan sama sekali. Gambar 3 merupakan grafik sinyal acak *non-stationary*. Sinyal eksitasi pada simulasi respon frekuensi di penelitian ini adalah sinyal acak *non-stationary*.

#### 6. Parameter Filter

Parameter filter ditentukan seragam pada kedua filter. Ini dilakukan agar pengaruh parameter filter terhadap respon frekuensi dianggap sama. Parameter tersebut adalah orde filter, frekuensi potong dan frekuensi cuplik. Kedua filter berorde lima, sedangkan frekuensi potong adalah 0,5 pada filter yang dinormalisasi. Selain itu, frekuensi cuplik adalah 5 Hz.

#### 7. Respon Frekuensi Filter Butterworth Akibat Eksitasi Sinyal Acak

Respon frekuensi filter Butterworth akibat eksitasi sinyal acak dapat diperoleh dari simulasi pengukuran FRF filter Butterworth. Pada simulasi ini, mula-mula filter Butterworth dieksitasi dengan sinyal acak sebanyak tiga kali. Kemudian, hasil pengukuran FRF pada tiap frekuensi di bawah frekuensi potong untuk tiga kali eksitasi tersebut dirata-rata. Hasil rata-rata ini selanjutnya dibandingkan dengan fungsi respon filter. Beda hasil rata-rata dengan fungsi respon dapat digambarkan seperti pada Gambar 5. Pada gambar ini terlihat bahwa beda rata-rata terbesar terjadi di frekuensi normal 1,2. Beda rata-rata dengan fungsi respon filter adalah sebesar 32,5 %.



**Gambar 5. Respon Frekuensi Filter Butterworth Akibat Eksitasi Tiga Kali Sinyal Acak**

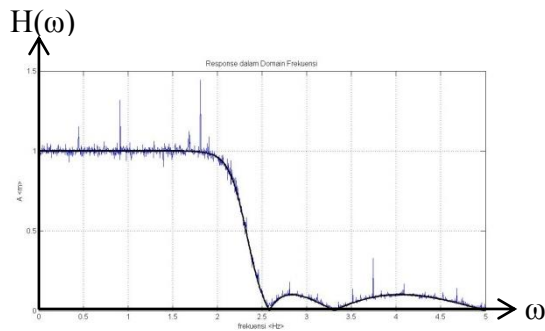
Simulasi di atas kemudian dilakukan kembali. Eksitasi dilakukan empat hingga sepuluh kali. Perubahan hasil rata-rata pada filter Butterworth berubah semakin kecil. Beda rata-rata dengan fungsi respon filter dicantumkan dalam Tabel 1. Pada tabel ini terlihat bahwa semakin banyak eksitasi dilakukan, semakin kecil pula beda rata-rata dengan fungsi respon filter yang terjadi. Pada eksitasi sepuluh kali, beda rata-rata dengan fungsi respon filter bernilai di bawah sepuluh persen yaitu sebesar delapan persen. Ini berarti pada pengukuran FRF dengan filter Butterworth sebagai AAF, eksitasi sebanyak sepuluh kali dapat mengurangi pengaruh sinyal acak hingga 92 %.

**Tabel 1. Persentase Beda Rata-Rata dengan Fungsi Respon Filter Butterworth pada Eksitasi n-Kali**

No.	n	Beda Rata-Rata dengan Fungsi Respon Filter Butterworth pada Eksitasi n-Kali (%)
1.	3	32,5
2.	4	25,6
3.	5	21,8
4.	6	19,7
5.	7	17,9
6.	8	14,4
7.	9	12,2
8.	10	8,0

#### 8. Respon Frekuensi Filter Chebyshev Tipe II Akibat Eksitasi Sinyal Acak

Respon frekuensi filter Chebyshev Tipe II akibat eksitasi sinyal acak juga dapat diperoleh dari simulasi pengukuran FRF filter ini. Simulasi ini dilakukan dengan eksitasi mula-mula sebanyak lima kali. Respon frekuensi hasil simulasi ini dapat digambarkan dalam Gambar 6. Pada gambar ini terlihat bahwa magnitudo rata-rata respon frekuensi akibat eksitasi lima kali sinyal acak memiliki perbedaan terbesar dibandingkan dengan FRF filter Chebyshev Tipe II pada frekuensi normal 1,8.



**Gambar 6. Respon Frekuensi Filter Chebyshev Tipe II Akibat Eksitasi Lima Kali Sinyal Acak**

Seperti pada simulasi filter Butterworth, simulasi pada filter Chebyshev Tipe II juga diulang. Jumlah eksitasi yang diberikan bertambah hingga 11 kali dengan perubahan pertambahan sebesar satu kali. Pada 11 kali eksitasi, persentase beda rata-rata dengan fungsi respon filter Chebyshev Tipe II adalah sebesar 8,5 %. Ini berarti bahwa eksitasi sebanyak 11 kali dapat mengurangi pengaruh sinyal acak pada pengukuran FRF yang menggunakan AAF jenis Chebyshev Tipe II hingga 91,5 %.

**Tabel 2. Persentase Beda Rata-Rata dengan Fungsi Respon Filter Chebyshev Tipe II pada Eksitasi n-Kali**

No.	n	Beda Rata-Rata dengan Fungsi Respon Filter Chebyshev Tipe II pada Eksitasi n-Kali (%)
1.	5	45,2
2.	6	33,8
3.	7	22,3
4.	8	19,2
5.	9	13,5
6.	10	13,1
7.	11	8,5

## 9. Kesimpulan

Kesimpulan penelitian ini adalah beda magnitudo pada pengukuran FRF yang menggunakan AAF jenis Butterworth dan Chebyshev Tipe II serta dieksitasi dengan sinyal acak dapat diketahui. Beda terkecil magnitudo pada respon frekuensi AAF jenis Butterworth adalah delapan persen dengan eksitasi sinyal acak sebanyak sepuluh kali. Selain itu, 8,5 % adalah beda terkecil magnitudo pada respon frekuensi AAF jenis Chebyshev Tipe II dan beda ini diperoleh dengan eksitasi sebanyak 11 kali.

## DAFTAR PUSTAKA

Eisenmann Sr., R. C., Eisenmann Jr., R. C. (1997), "Machinery Malfunction Diagnosis and Correction: Vibration Analysis and Troubleshooting for The Process Industries", Prentice Hall PTR, New Jersey

Ewins, D. J. (2000), "Modal Testing: Theory, Practice and Application", Research Studies Press LTD, Baldock

Goldman, S. (1999), "Vibration Spectrum Analysis: A Practical Approach" Second Edition, Industrial Press Inc., New York

Gruhier, V., Paillasseur, S., Thomas, J, Pascal, J, & Le Roux, J., November 2009, "Forward Propagation Of Time Evolving Acoustic Pressure: Formulation And Investigation Of The Impulse Response In Time-Wavenumber Domain", Journal of the Acoustical Society of America, Volume 126, Issue 5, pp. 2367-2378, <https://doi.org/10.1121/1.3216916>

Keresnyei, R., Megyeri, P., Zidarics, Z., & Hejjel, L., Januari 2015, "Selecting The Optimal Anti-Aliasing Filter For Multichannel Biosignal Acquisition Intended For Inter-Signal Phase Shift Analysis", Physiological Measurement [Physiol Meas], Volume 36 (1), pp. N23-34, <https://doi.org/10.1088/0967-3334/36/1/N23>

McConnell, Kenneth G. (1995), "Vibration Testing: Theory and Practice", John Wiley & Sons, New York

Maley, Corey J., Agustus 2011, "Analog And Digital, Continuous And Discrete", Springer Philosophical Studies, Volume 155, Issue 1, pp. 117-131, <https://doi.org/10.1007/s11098-010-9562-8>

Parks, T. W., Burrus, C. S. (1987), "Digital Filter Design (Topics in Digital Signal Processing)", Wiley Interscience Publication, John Wiley & Sons, New York

Rochim, T. (2006), "Perancangan Penelitian dan Analisis Data Statistika", Penerbit ITB, Bandung

Strum, Robert D., Kirk, Donald E. (1994), "Contemporary Linear Systems Using MATLAB®", PWS Publishing Company, Boston

Sinha, Naresh K. (1991), "Linear Systems", John Wiley & Sons Inc., Singapore

Van Valkenburg, M. E. (1982), "Analog Filter Design", CBS College Publishing, Holt Saunders Japan, Tokyo