

# **Analisis *Loading* Premi Bruto Tahunan pada Asuransi Jiwa Berjangka dengan Hukum *De Moivre* dan Hukum *Gompertz***

**Fitriana Pandiangan\*, Tohap Manurung, Rinancy Tumilaar**

*Program Studi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Sam Ratulangi, Manado, 95115*

Corresponding author: [fitrianapandiangan@gmail.com](mailto:fitrianapandiangan@gmail.com)

## **ABSTRAK**

Asuransi jiwa dirancang untuk mengurangi risiko kerugian finansial yang tak terduga akibat kematian. Berdasarkan waktu perlindungan asuransi jiwa, salah satu jenis asuransi adalah asuransi jiwa berjangka. Untuk menghitung premi tahunan digunakan beberapa pendekatan hukum mortalita seperti hukum *De Moivre* dan hukum *Gompertz*. Penelitian ini bertujuan untuk menentukan premi netto, premi bruto dan *loading* pada asuransi jiwa berjangka dengan hukum *De Moivre* dan hukum *Gompertz*. Objek penelitian yang digunakan dalam penelitian ini yaitu asuransi jiwa berjangka. Berdasarkan hasil penelitian, maka dapat disimpulkan besarnya premi netto tahunan, premi bruto dan *loading* asuransi jiwa berjangka bergantung pada usia peserta asuransi, besarnya uang pertanggungan yang diharapkan dan tingkat bunga. *Loading* asuransi jiwa berjangka bergantung pada besarnya premi netto tahunan dan premi bruto. Perhitungan premi netto tahunan, premi bruto dan *loading* asuransi jiwa berjangka menggunakan hukum *De Moivre* lebih besar dibandingkan dengan menggunakan hukum *Gompertz*.

Kata kunci: Asuransi Jiwa Berjangka, Hukum *De Moivre*, Hukum *Gompertz*

## **Annual Gross Premium Loading Analysis On Term Life Insurance With *De Moivre* Law and *Gompertz* Law**

## **ABSTRACT**

Life insurance is designed to reduce the risk of unexpected financial loss from death. Based on the time of life insurance protection, one type of insurance is term life insurance. To calculate the annual premium used several mortalita legal approaches such as *De Moivre* law and *Gompertz* law. The study aimed to determine net premiums, gross premiums and *loading* on term life insurance with *De Moivre* law and *Gompertz* Law. The object of research used in this study is term life insurance. Based on the results of the study, it can be concluded that the amount of annual net premium, gross premium and *loading* term life insurance depends on the age of the insurance participant, the amount of the expected sum assured and the interest rate. *Loading* term life insurance depends on the size of the annual net premium and gross premium. The calculation of annual net premiums, gross premiums and *loading* term life insurance using *De Moivre* law is greater than using *Gompertz* law.

Keywords: Term life insurance, *De Moivre* law, *Gompertz* law

## PENDAHULUAN

Asuransi jiwa berjangka adalah asuransi jiwa yang memiliki jangka waktu tertentu, misalnya jangka 5 tahun, penanggung akan memberikan uang pertanggungan kepada tertanggung jika tertanggung meninggal sejak disetujuinya kontrak asuransi sampai dengan jangka waktu tersebut. Jika tertanggung masih hidup hingga akhir jangka tersebut maka penanggung tidak berkewajiban untuk memberikan uang pertanggungan.

Menurut Futami (1993) tabel mortalita adalah suatu daftar kehidupan dan kematian dari kelompok orang-orang yang menunjukkan probabilitas (peluang) yang berusia  $x$  tahun dan akan meninggal sebelum mencapai  $x + 1$  tahun.  $l_x$  menyatakan banyaknya orang yang berusia  $x$  tahun dan  $d_x$  menyatakan banyaknya orang yang meninggal antara usia  $x$  sampai  $x + 1$ .

$$d_x = l_x - l_{x+1} \quad (1)$$

Peluang hidup seseorang yang berusia  $x$  tahun hidup hingga  $t$  tahun dapat dinyatakan dengan:

$${}_t p_x = \frac{l_{x+t}}{l_x} \quad (2)$$

Peluang meninggal seseorang yang berusia  $x$  tahun akan meninggal sebelum  $x+t$  tahun dinyatakan dengan:

$${}_t q_x = \frac{l_x - l_{x+t}}{l_x} = 1 - {}_t p_x \quad (3)$$

Menurut Futami (1993) anuitas adalah suatu pembayaran dalam jumlah tertentu yang dilakukan setiap selang waktu dan lama tertentu, secara berkelanjutan. Anuitas yang dibayarkan di awal jangka waktu pembayaran disebut anuitas awal. Pembayaran anuitas dilakukan setiap tahun hingga  $(n-1)$  tahun dan akan berhenti bila peserta asuransi jiwa berjangka meninggal sebelum  $(n-1)$  tahun.

Dimana definisi fungsi  $v$  sebagai bunga majemuk dan fungsi  $d$  sebagai tingkat diskon dengan bunga tunggal  $i$  sebagai berikut:

$$v = \frac{1}{1+i} \quad (4)$$

$$d = 1 - v = \frac{i}{1+i} \quad (5)$$

Nilai tunai anuitas awal berjangka  $n$  tahun untuk seorang peserta asuransi yang berusia  $x$  tahun dinyatakan sebagai:

$$\ddot{a}_{x:n} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t {}_t p_x \quad (6)$$

Premi tunggal asuransi jiwa berjangka adalah suatu cara pembayaran premi asuransi jiwa berjangka yang dilakukan secara sekaligus. Premi tunggal asuransi jiwa berjangka dengan jangka pertanggungan  $n$  tahun, untuk usia  $x$  dan uang pertanggungan 1 dinyatakan dengan:

$$A_{x:n}^1 = \sum_{t=0}^{n-1} v^{t+1} {}_t q_x \quad (7)$$

Menurut Futami (1993) premi tahunan adalah premi yang dibayarkan setiap awal tahun yang besarnya sama disebut juga premi standar. Premi tahunan yang dimaksud adalah cara pembayaran premi dilakukan tiap tahun Premi tahunan untuk usia  $x$  dengan jangka pertanggungan  $n$  tahun dan uang pertanggungan 1 dinyatakan dengan:

$$P_{x:n}^1 = \frac{A_{x:n}^1}{\ddot{a}_{x:n}} \quad (8)$$

Menurut Futami (1993) premi bruto tahunan asuransi jiwa berjangka untuk seseorang yang berusia  $x$  tahun dengan masa pertanggungan  $n$  tahun, uang pertanggungan 1 dan biaya tambahan biaya penutupan baru ( $\alpha$ ), biaya pengumpulan premi ( $\beta$ ) dan biaya pemeliharaan ( $\gamma$ ) dinyatakan dengan:

$$G_{x:n}^1 = \frac{1}{(1-\beta)} \left[ P_{x:n}^1 + \left( \frac{\alpha}{\ddot{a}_{x:n}} \right) + \gamma \right] \quad (9)$$

Peluang hidup seseorang yang berusia  $x$  tahun hingga  $t$  tahun dan peluang meninggal seseorang yang berusia  $x$  tahun sebelum berusia  $x+t$  sebagai:

$${}_t p_x = \frac{\omega - x - t}{\omega - x} \quad (10)$$

$${}_t q_x = \frac{t}{\omega - x} \quad (11)$$

Premi tunggal asuransi jiwa berjangka dengan jangka pertanggungan  $n$  tahun, untuk seseorang berusia  $x$  tahun dengan hukum *De Moivre* dinyatakan dengan:

$$A_{x:n}^1 = \frac{v}{(\omega - x)} \ddot{a}_{n|} \quad (12)$$

Nilai tunai anuitas pasti awal yaitu:

$$\ddot{a}_{x:n|} = \frac{1-v^n}{d} \quad (13)$$

Nilai tunai anuitas hidup awal asuransi jiwa berjangka dengan hukum *De Moivre* dinyatakan dengan:

$$\ddot{a}_{x:n|} = \ddot{a}_{n|} + \frac{n \cdot v^n - v \cdot \ddot{a}_{n|}}{d(\omega - x)} \quad (14)$$

Premi tahunan asuransi jiwa berjangka masa perlindungan  $n$  tahun dan uang pertanggungan sebesar  $R$  dengan hukum *De Moivre* dinyatakan dengan:

$$P_{x:n}^1 = R \times \left[ \frac{d \cdot v \cdot \ddot{a}_{x:n|}}{\ddot{a}_{x:n|} d (\omega - x) + n v^n - v \ddot{a}_{x:n|}} \right] \quad (15)$$

Premi bruto asuransi jiwa berjangka dengan masa pertanggungan  $n$  tahun dan uang pertanggungan dibayarkan sebesar  $R$  dengan hukum *De Moivre* dinyatakan dengan:

$$G_{x:n}^1 = R \times \left( \frac{1}{(1-\beta)} \left( \frac{d \cdot v \cdot \ddot{a}_{x:n|}}{\ddot{a}_{x:n|} d (\omega - x) + n v^n - v \ddot{a}_{x:n|}} + \frac{\alpha}{\ddot{a}_{n|} + \frac{n \cdot v^n - v \cdot \ddot{a}_{n|}}{d(\omega - x)}} + \gamma \right) \right) \quad (16)$$

Peluang hidup seseorang yang berusia  $x$  tahun hingga  $t$  tahun dan peluang meninggal seseorang yang berusia  $x$  tahun sebelum berusia  $x+t$  tahun menggunakan hukum *Gompertz* sebagai:

$${}_t p_x = g^{c^x(c^t-1)} \quad (17)$$

$${}_t q_x = 1 - g^{c^x(c^t-1)} \quad (18)$$

Menurut Aditya (2014) berdasarkan persamaan peluang hidup pada persamaan (26) diperoleh nilai tunai anuitas awal berjangka  $n$  tahun untuk seseorang yang berusia  $x$  tahun dengan hukum *Gompertz* yaitu:

$$\ddot{a}_{x:n|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t g^{c^x(c^t-1)} \quad (19)$$

Premi tunggal asuransi jiwa berjangka seseorang yang berusia  $x$  tahun dengan hukum *Gompertz* dinyatakan dengan:

$$A_{x:n}^1 = 1 - d \sum_{t=0}^{n-1} v^t g^{c^x(c^t-1)} - v^n g^{c^x(c^n-1)} \quad (20)$$

Premi tahunan asuransi jiwa berjangka seseorang yang berusia  $x$  tahun masa pertanggungan  $n$  tahun dan uang pertanggungan sebesar  $R$  dengan hukum *Gompertz* dinyatakan dengan:

$$P_{x:n}^1 = R \times \left( \frac{1 - d \sum_{t=0}^{n-1} v^t g^{c^x(c^t-1)} - v^n g^{c^x(c^n-1)}}{\sum_{t=0}^{n-1} v^t g^{c^x(c^t-1)}} \right) \quad (21)$$

Premi bruto asuransi jiwa berjangka dengan masa pertanggungan  $n$  tahun dan uang pertanggungan dibayarkan sebesar  $R$  dengan hukum *Gompertz* dinyatakan dengan:

$$G_{x:n}^1 = R \times \left[ \frac{1}{(1-\beta)} \times \left( \frac{(1-d) \sum_{t=0}^{n-1} v^t g^{c^x(c^t-1)} - v^n g^{c^x(c^n-1)}}{\sum_{t=0}^{n-1} v^t g^{c^x(c^t-1)}} \right) + \frac{\alpha}{\sum_{t=0}^{n-1} v^t g^{c^x(c^t-1)}} + \gamma \right] \quad (22)$$

*Loading* premi bruto tahunan asuransi jiwa berjangka dengan hukum *De Moivre* dinyatakan dengan:

$$B_{x:n} = R \times \left( \frac{1}{(1-\beta)} \left( \frac{d.v.d_{x:n}}{d_{x:n} d(\omega-x) + nv^n - v d_{x:n}} + \frac{\alpha}{d_{x:n} + \frac{nv^n - v d_{x:n}}{d(\omega-x)}} + \gamma \right) - \left( \frac{d.v.d_{x:n}}{d_{x:n} d(\omega-x) + nv^n - v d_{x:n}} \right) \right) \quad (23)$$

*Loading* premi bruto tahunan asuransi jiwa berjangka dengan hukum *Gompertz* dinyatakan dengan:

$$B_{x:n} = R \left( \left[ \frac{1}{(1-\beta)} \times \left( \frac{(1-d) \sum_{t=0}^{n-1} v^t g^{c^x(c^t-1)} - v^n g^{c^x(c^n-1)}}{\sum_{t=0}^{n-1} v^t g^{c^x(c^t-1)}} \right) + \frac{\alpha}{\sum_{t=0}^{n-1} v^t g^{c^x(c^t-1)}} + \gamma \right] - \left( \frac{(1-d) \sum_{t=0}^{n-1} v^t g^{c^x(c^t-1)} - v^n g^{c^x(c^n-1)}}{\sum_{t=0}^{n-1} v^t g^{c^x(c^t-1)}} \right) \right) \quad (24)$$

## METODOLOGI PENELITIAN

### Waktu dan Tempat

Penelitian ini dilaksanakan mulai bulan November 2021 sampai Maret 2022 dengan tempat penelitian di rumah atau *work from home* dikarenakan pandemi COVID-19 untuk pengerjaan proposal dan pengolahan data dan pengambilan data dilakukan dengan turun langsung ke perusahaan.

### Objek Penelitian

Objek penelitian yang digunakan dalam penelitian ini yaitu asuransi jiwa berjangka. Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder yaitu data dari PT. A berupa data usia, jenis kelamin, masa pertanggungan, tingkat bunga, uang pertanggungan, biaya penutupan baru, biaya pengumpulan premi dan biaya pemeliharaan.

### Tahapan Penelitian

1. Mengambil data tentang asuransi jiwa berjangka di PT. A berupa data usia, jenis kelamin, masa pertanggungan, tingkat bunga, uang pertanggungan, biaya penutupan baru, biaya pengumpulan premi dan biaya pemeliharaan.
2. Memasukkan nilai tabel mortalita asuransi jiwa berjangka diperoleh dari Tabel Mortalita Indonesia 2011.
3. Menghitung premi tunggal asuransi jiwa berjangka dengan hukum *De Moivre* dan hukum *Gompertz*.
4. Menghitung premi tahunan asuransi jiwa berjangka dengan hukum *De Moivre* dan hukum *Gompertz*.
5. Menghitung premi bruto asuransi jiwa berjangka dengan biaya tambahan biaya penutupan baru ( $\alpha$ ), biaya pengumpulan premi ( $\beta$ ) dan biaya pemeliharaan ( $\gamma$ ).
6. Menghitung *loading* premi bruto tahunan asuransi jiwa berjangka dengan hukum *De Moivre* dan hukum *Gompertz*.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

Menghitung faktor bunga majemuk dengan tingkat bunga ( $i$ ) 6% dan jangka pertanggungan 12 tahun dengan menggunakan persamaan (4) diperoleh:

$$v = \frac{1}{1+i} = \frac{1}{1+0,06} = \frac{1}{1,06} = 0,9434$$

Sehingga diperoleh faktor diskon

$$d = 1 - v = 1 - 0,9434 = 0,0566$$

Premi tunggal asuransi jiwa berjangka seorang perempuan yang berusia 30 tahun dengan jangka pertanggungan 12 tahun dengan menggunakan hukum *De Moivre* menggunakan persamaan (12).

$$A_{30:12}^1 = \frac{v}{(\omega - x)} \ddot{a}_n$$

$$A_{30:12}^1 = \frac{0,9434}{(111 - 30)} \times 8,8869$$

$$A_{30:12}^1 = 0,1035$$

Selanjutnya menentukan nilai tunai anuitas hidup awal dengan menggunakan hukum *De Moivre* menggunakan persamaan (14).

$$\ddot{a}_{30:12} = \ddot{a}_n + \frac{nv^n - v\ddot{a}_n}{d(\omega - x)}$$

$$\ddot{a}_{30:12} = 8,8869 + \frac{12 \times 0,9434^{12} - 0,9434 \times 8,8869}{0,0566(111 - 30)}$$

$$\ddot{a}_{30:12} = 8,3590$$

Premi tahunan asuransi jiwa berjangka Perempuan Satu yang berusia 30 tahun dengan jangka pertanggungan 12 tahun dan uang pertanggungan Rp.200.000.000 dengan hukum *De Moivre* menggunakan persamaan (15).

$$P_{30:12}^1 = 200.000.000 \times \left[ \frac{0,0566 \times 0,9434 \times 8,3590}{8,3590 \times 0,0566 (111 - 30) + 12 \times 0,9434^{12} - 0,9434 \times 8,3590} \right]$$

$$P_{30:12}^1 = 2.476.471,553$$

Premi bruto tahunan asuransi jiwa berjangka dengan uang pertanggungan 200.000.000 dan biaya tambahan  $\alpha=0,1166$ ,  $\beta=0,03$  dan  $\gamma=0,0257$  dengan hukum *De Moivre* menggunakan persamaan (16)

$$G_{30:12}^1 = 200.000.000 \times \left( \frac{1}{(1-0,03)} \left( 2.476.471,553 + \frac{0,1156}{8,3590} + 0,0257 \right) \right)$$

$$G_{30:12}^1 = 2.553.063,497$$

$$G_{30:12}^1 = \text{Rp.}2.553.063,50$$

*Loading* premi bruto tahunan asuransi jiwa berjangka dengan uang pertanggungan Rp.200.000.000,00 dan biaya tambahan  $\alpha=0,1166$ ,  $\beta=0,03$  dan  $\gamma=0,0257$  dengan hukum *De Moivre* menggunakan persamaan (23).

$$B_{30:12} = 2.553.063,497 - 2.476.471,553 = 76.591,9446$$

$$B_{30:12} = \text{Rp.}76.591,94$$

### Hukum Gompertz

Berdasarkan Tabel Mortalita Indonesia 2011 laki laki , diperoleh usia rata-rata  $\mu=55,5$  dan standar deviasinya adalah  $\sigma=31,9021$  dan Tabel Mortalita Indonesia 2011 perempuan diperoleh usia rata-rata  $\mu=55,5$  dan standar deviasinya adalah  $\sigma=31,9021$ . nilai  $g=0,941419895$  dan nilai  $c=1,04100045$ .

Nilai tunai anuitas awal asuransi jiwa berjangka seorang perempuan yang berusia 30 tahun dengan jangka pertanggungan 12 tahun menggunakan hukum *Gompertz* menggunakan persamaan (19).

$$\ddot{a}_{30:12} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t g^{c^x(c^t-1)}$$

$$\ddot{a}_{30:12} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t g^{c^{30}(c^t-1)}$$

$$\ddot{a}_{30:12} = 8,4982$$

Premi tunggal asuransi jiwa berjangka seseorang yang berusia 30 tahun dengan jangka pertanggungan 12 tahun menggunakan hukum *Gompertz* menggunakan persamaan (20).

$$A_{30:12}^1 = 1 - d \sum_{t=0}^{n-1} v^t g^{c^{30}(c^t-1)} - v^n g^{c^{30}(c^n-1)}$$

$$A_{30:12}^1 = 1 - (0,0566 \times 8,4982) - 0,4386$$

$$A_{30:12}^1 = 0,0803$$

Premi tahunan asuransi jiwa berjangka seseorang yang berusia 30 tahun dengan jangka pertanggungan 12 tahun dan uang pertanggungan Rp.200.000.000,00 menggunakan hukum *Gompertz* ditentukan dengan persamaan (21)

$$P_{30:12}^1 = 200.000.000 \times \frac{0,0803}{8,4982} = 1.890.681,702$$

$$P_{30:12}^1 = \text{Rp.}1.890.681,70$$

Premi bruto tahunan asuransi jiwa berjangka Perempuan Satu yang berusia 30 tahun dengan jangka pertanggungan 12 tahun dan uang pertanggungan Rp.200.000.000,00 dan biaya tambahan  $\alpha=0,1166$ ,  $\beta=0,03$  dan  $\gamma=0,0257$  menggunakan hukum *Gompertz* ditentukan dengan persamaan (22)

$$G_{30:12}^1 = 200.000.000 \times \frac{1}{(1-0,03)} \times \left( \frac{0,0803}{8,4982} \right) + \frac{0,1166}{8,4982} + 0,0257 = 1.949.156,434$$

$$G_{30:12}^1 = \text{Rp.}1.949.156,43$$

*Loading* premi bruto tahunan asuransi jiwa berjangka dengan uang pertanggungan Rp.200.000.000,00 dan biaya tambahan  $\alpha=0,1166$ ,  $\beta=0,03$  dan  $\gamma=0,0257$  dengan hukum *Gompertz* menggunakan persamaan (24)

$$B_{30:12}^1 = 1.949.156,434 - 1.890.681,702 = 58.474,7324$$

$$B_{30:12}^1 = \text{Rp.}58.474,73.$$

## KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian, maka dapat disimpulkan besarnya premi netto tahunan, premi bruto dan *loading* asuransi jiwa berjangka bergantung pada usia peserta asuransi, besarnya uang pertanggungan yang diharapkan dan tingkat bunga. *Loading* asuransi jiwa berjangka bergantung pada besarnya premi netto tahunan dan premi bruto. Perhitungan premi netto tahunan, premi bruto dan *loading* asuransi jiwa berjangka menggunakan hukum *De Moivre* lebih besar dibandingkan dengan menggunakan hukum *Gompertz*.

## DAFTAR PUSTAKA

- Aditya, D. 2014. *Premi Asuransi Jiwa Gabungan Berjangka dengan Asumsi Hukum Gompertz*. Neliti.Com.
- Bashir, D. 2022. *Premi Tahunan Menggunakan Hukum De Moivre pada Asuransi Jiwa Berjangka*[skripsi]. Universitas Islam Negeri Sultan Syarif Kasim Riau. Pekanbaru.
- Futami, T. *Matematika Asuransi Jiwa, Bagian I*. Tokyo. 1993: Incorporated Foundation Oriental Life Insurance Culture Development Center.
- Futami, T. *Matematika Asuransi Jiwa, Bagian II*. Tokyo. 1993: Incorporated Foundation Oriental Life Insurance Culture Development Center.
- Mandur, K. 2011. *Penentuan Premi Bersih dan premi Kotor pada asuransi Jiwa*[skripsi]. Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Sanata Dharma. Yogyakarta.
- Shelvyana, R., H. Nababan. 2014. *Loading Premi Kotor dengan Hukum De Moivre Pada Asuransi Jiwa Berjangka*. Neliti.Com.

- Willemse, W, H. Koppelaar. 2000. Knowledge Elititation of Gompert' Law of Mortality. *Scandinavian Actuarial Journal*, 2: 168-179.
- Wulan, S. 2017. *Penentuan Premi asuransi Jiwa Dwi Guna dengan Hukum de Moivre dan Hukum Gompertz*[skripsi]. Universitas Andalas. Padang.