

## ANALISIS BUCKLING PADA STRUKTUR FRAME 2-DIMENSI

Wenny J. Tamboto

## ABSTRAK

Analisis buckling dapat dilakukan dengan cara eksak dan cara pendekatan (numerik). Dalam analisis buckling secara eksak kita dapat merumuskan dan menyelesaikan masalah berdasarkan analisis matematik yang eksak menyangkut penyelesaian persamaan diferensial dengan memenuhi syarat batas (boundary condition).

**Kata kunci :** buckling, frame 2-dimensi

## 1. PENDAHULUAN

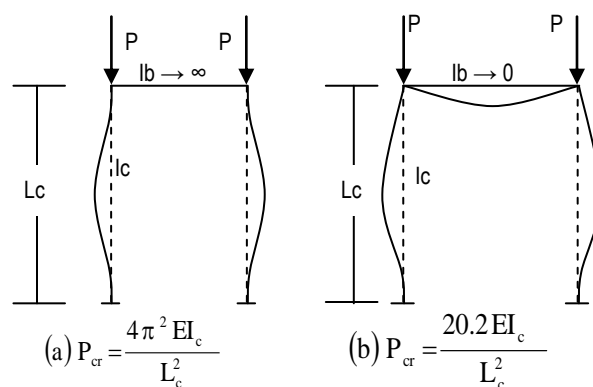
Disain struktur biasanya merupakan persoalan penentuan besarnya tegangan agar terjadi keseimbangan antara gaya-gaya dalam dan gaya-gaya luar. Dimana dalam batas-batas tertentu perubahan kecil pada kondisi pembebanan dalam keadaan seimbang tidak menghasilkan pertambahan tegangan atau simpangan elastis yang tidak proporsional pada struktur atau elemen-elemennya. Besarnya tegangan tersebut merupakan tegangan ijin yang menentukan derajat keamanan struktur tersebut.

Struktur dapat runtuh apabila kapasitas penampang atau kekuatan elemen struktur tersebut telah dilampaui maupun karena keruntuhan bentuk. Pada kasus pertama tegangan-tegangan yang timbul lebih besar daripada tegangan ijin struktur, dimana batas-batas keamanan telah dilampaui. Pada kasus kedua tegangan-tegangan yang timbul belum melampaui tegangan ijin struktur tetapi bentuk elemen-elemen struktur tidak dapat dipertahankan lagi. Apabila yang timbul adalah gaya tekan, elemen-elemen struktur akan menekuk. Pada saat tegangan yang timbul melampaui tegangan kritis, struktur akan kehilangan stabilitas dan kemudian runtuh. Kehilangan stabilitas struktur seperti itu disebut instabilitas struktur.

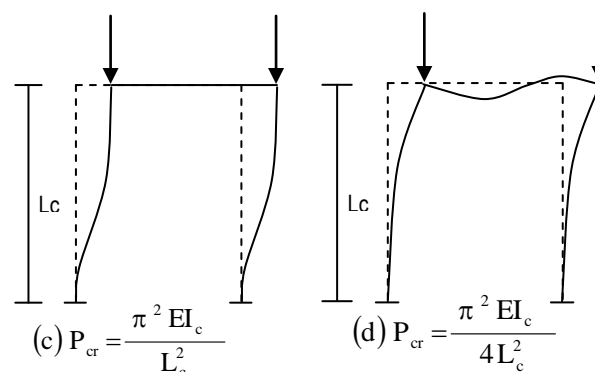
Kekuatan elemen-elemen struktur tidak ditentukan oleh besarnya tegangan, tetapi oleh besarnya beban maksimum yang mampu dipikul oleh elemen-elemen struktur tanpa menjadi instabil. Kondisi instabilitas ditandai oleh pertambahan deformasi lateral yang tidak proporsional dengan pertambahan beban. Hal tersebut dapat terjadi pada kolom langsing sebelum tegangan mencapai batas elastis.

## 2. RAGAM TEKUK PORTAL

Tinjau Gambar Gambar II.4. yang merupakan model tekuk yang terjadi pada portal sederhana satu tingkat. Beban luar P dianggap bekerja secara langsung pada kolom sedemikian rupa sehingga tidak ada momen lentur pada anggota struktur lain sebelum mengalami tekuk.



Gbr 1. Portal Tak Bergoyang

Gbr 2. Portal Bergoyang  
Ragam Tekuk Portal

## 3. PROSEDUR ANALISIS

1. Menentukan matriks transformasi elemen  $[T^{(e)}]$ 

Berdasarkan persamaan (2.1.2.2) matriks transformasi adalah :

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos.\alpha & \sin.\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin.\alpha & \cos.\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos.\alpha & \sin.\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin.\alpha & \cos.\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \dots\dots(3.2.1)$$

2. Menentukan matriks kekakuan elemen lokal  $[k^{(e)}]$

Dari persamaan (2.1.3) matriks kekakuan elemen lokal  $[k^{(e)}]$  adalah :

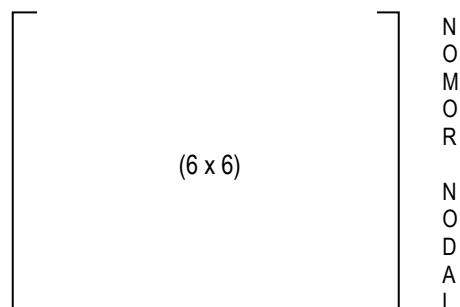
$$[k^{(e)}] = \begin{bmatrix} \frac{AE}{L} & 0 & 0 & -\frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ \frac{AE}{L} & 0 & 0 & -\frac{AE}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \dots\dots(3.2.2)$$

3. Menghitung matriks kekakuan global elemen  $[k_g^{(e)}]$

- Rumus Umum :

$$[k_g^{(e)}] = [T^{(e)}]^T \cdot [k^{(e)}] \cdot [T^{(e)}] \dots\dots(3.2.3)$$

- Berikan nomor nodal struktur pada matriks global elemen.



4. Merakit matriks kekakuan global elemen menjadi matriks kekakuan elastik struktur

$$[K] = \sum_{i=1}^n [K_g^{(e)}]$$

4. PERHITUNGAN MATRIKS KEKAKUAN GEOMETRIK STRUKTUR

Langkah-langkah perhitungan :

1. Menentukan matriks transformasi elemen seperti pada perhitungan matriks kekakuan elastik

2. Menentukan matriks gaya tiap elemen

Matriks gaya didapat dari perhitungan analisa struktur elastik menurut persamaan umum berikut ini :

$$[K] \cdot \{U\} = \{F\} \dots\dots(3.2.4)$$

- Hitung vektor displacement  $\{U\}$
- Hitung vektor gaya tiap elemen  $\{f^{(e)}\}$

3. Menghitung matriks kekakuan geometrik elemen

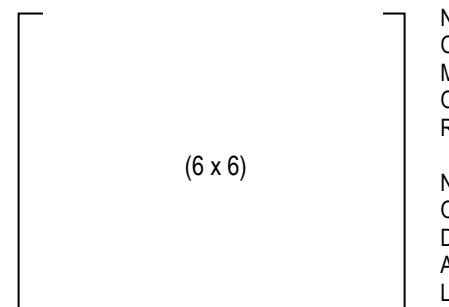
$$[K_s^{(e)}] = \begin{bmatrix} \frac{{}^1F_{xj}}{L} & \frac{{}^1M_{zi} + {}^1M_{zj}}{L^2} & 0 & -\frac{{}^1F_{xj}}{L} & -\frac{{}^1M_{zi} + {}^1M_{zj}}{L^2} & 0 \\ \frac{{}^1M_{zi} + {}^1M_{zj}}{L^2} & \frac{6{}^1F_{xj}}{5L} & \frac{{}^1F_{xj}}{10} & -\frac{{}^1M_{zi} + {}^1M_{zj}}{L^2} & -\frac{6{}^1F_{xj}}{5L} & \frac{{}^1F_{xj}}{10} \\ 0 & \frac{{}^1F_{xj}}{10} & \frac{2L{}^1F_{xj}}{15} & 0 & -\frac{{}^1F_{xj}}{10} & -\frac{L{}^1F_{xj}}{30} \\ -\frac{{}^1F_{xj}}{L} & -\frac{{}^1M_{zi} + {}^1M_{zj}}{L^2} & 0 & \frac{{}^1F_{xj}}{L} & \frac{{}^1M_{zi} + {}^1M_{zj}}{L^2} & 0 \\ \frac{{}^1M_{zi} + {}^1M_{zj}}{L^2} & \frac{6{}^1F_{xj}}{5L} & \frac{{}^1F_{xj}}{10} & -\frac{{}^1M_{zi} + {}^1M_{zj}}{L^2} & -\frac{6{}^1F_{xj}}{5L} & \frac{{}^1F_{xj}}{10} \\ 0 & \frac{{}^1F_{xj}}{10} & -\frac{L{}^1F_{xj}}{30} & 0 & -\frac{{}^1F_{xj}}{10} & \frac{2L{}^1F_{xj}}{15} \end{bmatrix}$$

4. Menghitung matriks kekakuan global geometrik elemen  $[k_g^{(e)}]$

- Rumus Umum :

$$[k_g^{(e)}] = [T^{(e)}]^T \cdot [k^{(e)}] \cdot [T^{(e)}] \dots\dots(3.2.5)$$

- Berikan nomor nodal struktur pada matriks global elemen.



5. Merakit matriks kekakuan global geometrik elemen menjadi matriks kekakuan geometrik struktur

$$[K] = \sum_{i=1}^n [K_g^{(e)}]$$

5. PERHITUNGAN BEBAN KRITIS AKIBAT BUCKLING

Persamaan Umum :

$$[[K_s^{(e)}] + \lambda[K_s^{(g)}]] \cdot \{U\} = 0 \dots\dots(3.3.1)$$

Persamaan di atas dapat diselesaikan dengan Eigen Value Problem.

- Buat determinan dari matriks kekakuan sama dengan nol

$$[[K_s^{(e)}] + \lambda[K_s^{(g)}]] = 0 \dots\dots(3.3.2)$$

- Nilai terkecil dari  $\lambda$  (nilai eigen) merupakan koefisien beban kritis

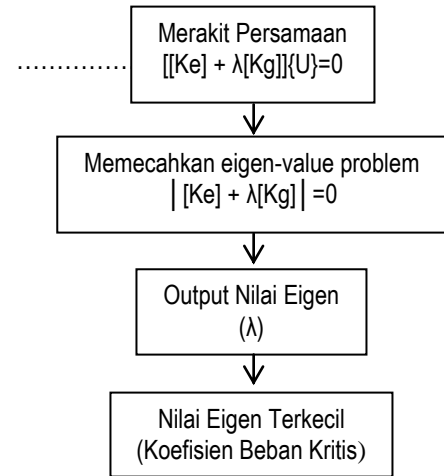
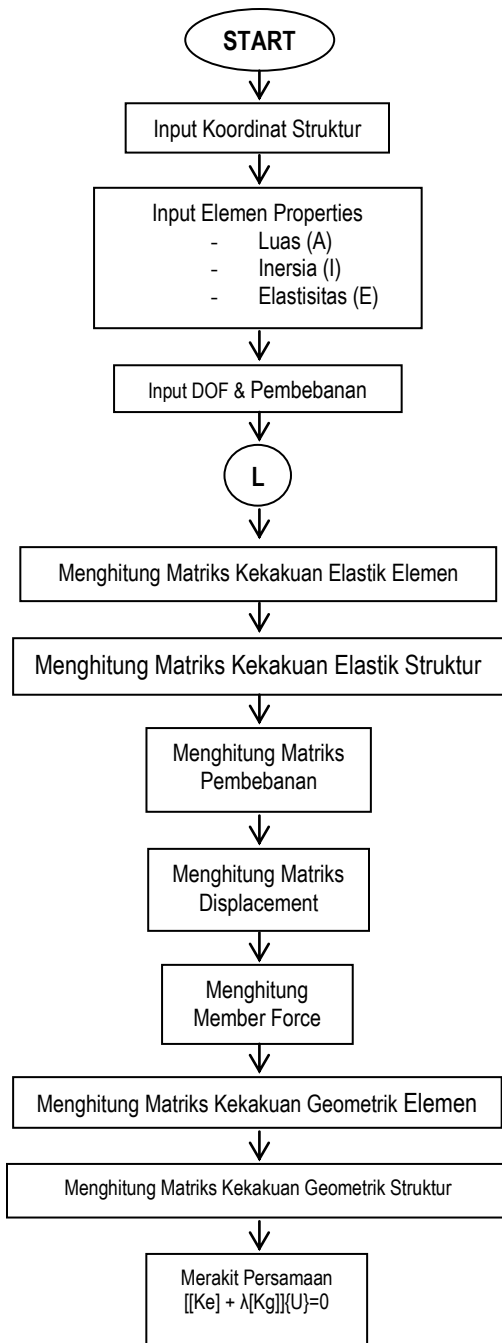
Beban Kritis adalah :

$$P_{cr} = \lambda \times P$$

### 6. HASIL DAN PEMBAHASAN

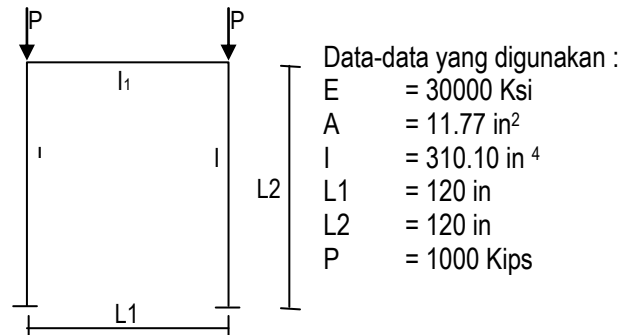
#### Diagram Alir (Flow Chart)

Diagram alir adalah pernyataan grafis dari algoritma program. Dengan diagram alir, maka urutan langkah-langkah dalam pemrograman dapat dilihat, sehingga logika program dapat diketahui. Diagram alir ini hanya menggambarkan urutan-urutan program secara garis besar.



Gbr 3. Diagram Alir Pemrograman Komputer

#### Contoh soal I

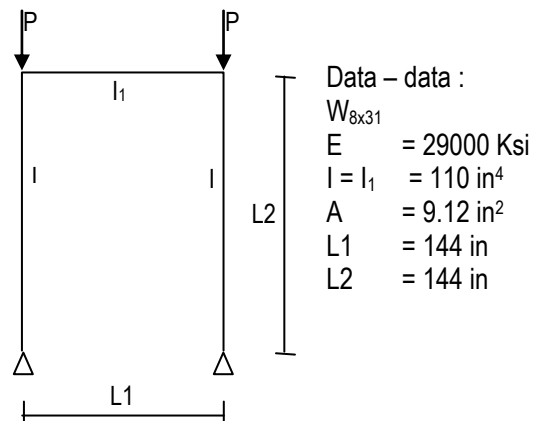


Penyelesaian dengan metode eksak :  
Beban kritis eksak menurut Chajes, A., (1974) :

$$P_{cr \text{ eksak}} = 7.344 \frac{EI}{L^2} ; \quad \text{Special Case} \quad \frac{I_b}{I_k} = \frac{L1}{L2}$$

Dengan memasukkan data-data diatas didapat :  
 $P_{cr} = 4744.53 \text{ Kips}$

#### Contoh soal II



Penyelesaian :

**a) metode eksak**

Beban kritis eksak menurut Chajes, A., (1974) :

$$P_{cr \text{ eksak}} = 1.821 \frac{EI}{L^2}$$

Untuk *Special Case*

$$\frac{I_b}{I_k} = \frac{L1}{L2}$$

Dengan memasukkan data-data diatas didapat :

$$P_{cr} = 280.14 \text{ Kips}$$

**b) Menggunakan program SAP2000**

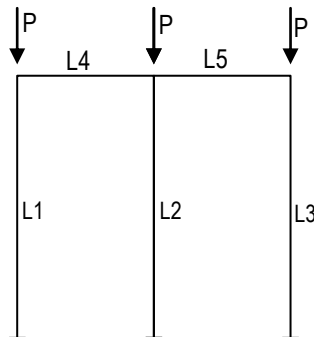
$$P_{cr} = 307.68 \text{ Kips}$$

**Contoh soal III**

**Contoh kasus Suhendro (1990)**

Data-data yang digunakan :

E	= 30000 Ksi
A	= 11.77 in <sup>2</sup>
I	= 310.10 in <sup>4</sup>
L1	= 120 in
L2	= 120 in
L3	= 120 in
L4	= 120 in
L5	= 120 in
P	= 1000 Kips



Hasil  $P_{cr} = 4940 \text{ Kips}$

**7. KESIMPULAN**

Berdasarkan hasil penelitian maka dapat diambil kesimpulan bahwa :

1. Prosedur analisis dengan menggunakan matriks kekakuan geometri dapat digunakan untuk menghitung

beban kritis ( $P_{cr}$ ), nilai beban kritis yang diperoleh mendekati nilai eksak.

2. Validasi perhitungan beban kritis ( $P_{cr}$ ) pada suatu struktur portal sederhana terhadap metode eksak adalah sebagai berikut untuk portal 1 tingkat prosentase kesalahan kurang dari 0.3 % ( $> 0.3\%$ ), dan untuk portal 2 tingkat prosentase kesalahan 0.83 % dengan pembagian 1 elemen per batang.

3. Metode yang digunakan dapat dipakai untuk menghitung beban kritis pada struktur *frame* 2-dimensi dengan model struktur yang bervariasi.

**8. DAFTAR PUSTAKA**

- Balfour, James A. G., 1986, *Computer Analysis of Structural Frame Work*, William Collins Sons & Co. Ltd, London.
- Bathe, K. J., 1996, *Finite Element Procedures*, Prentice Hall International Inc., New Jersey.
- Chajes, A., 1964, *Principles of Structural Stability Theory*, Prentice Hall Inc., Eaglewood, New Jersey.
- Timoshenko, S.P., dan J.M. Gere., 1961, *Theory of Elastic Stability*, McGraw Hill Kogakusha Ltd., Tokyo.
- Yang, Y. B. and Kuo, S. R., 1994, *Theory & Analysis of Nonlinier Frame Structures*, Prentice Hall International Inc., New Jersey.
- E. Hinton, D. R. J. Owen. *Finite Element programming*, Academic Press Inc. London, 1997.
- Ir. Winarni Hadipratomo, Ir Paulus P. Raharjo MSCE., *Pengenalan Metode Elemen Hingga pada Teknik Sipil*, Penerbit Nova.
- W. F. Chen, E. M. Lui., *Structural Stability Theory and Implementation*.
- Suhendro, B., 2000, *Metode Elemen Hingga dan Aplikasinya*. Teknik Sipil, UGM.
- Istimawan Dipohusodo., 2001, *Analisa Struktur*, PT Gramedia pustaka Utama, Jakarta.
- Supartono., dan Teddy Boen., 1984, *Analisa Struktur dengan metode Matriks*. Fakultas Teknik, Universitas Indonesia.